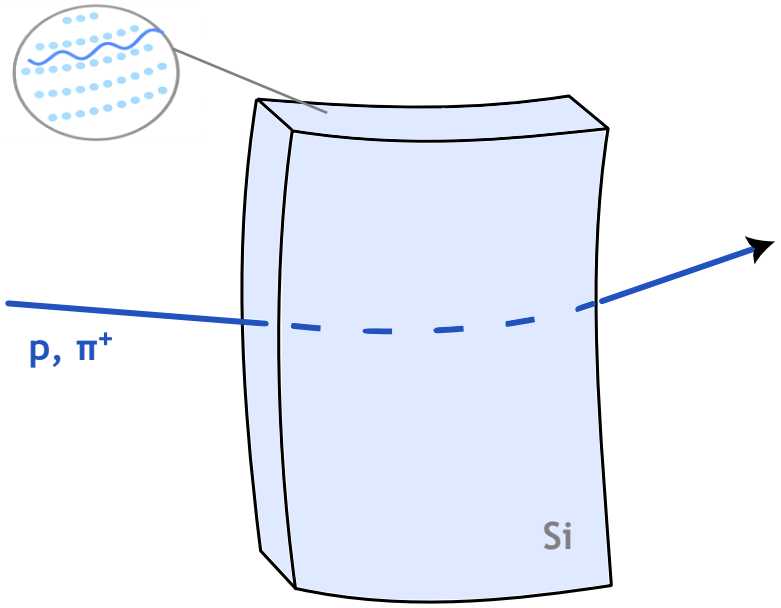
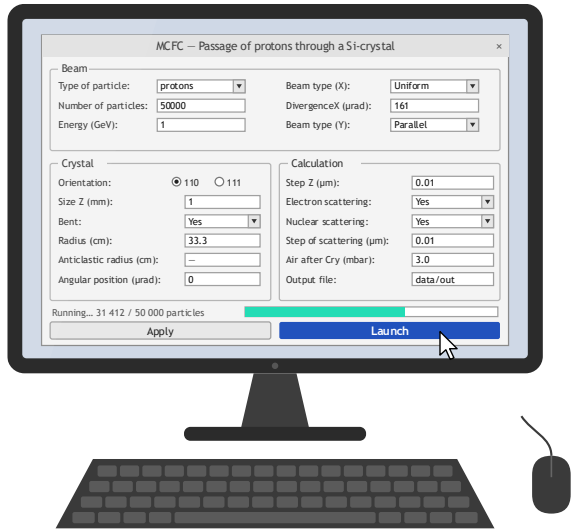
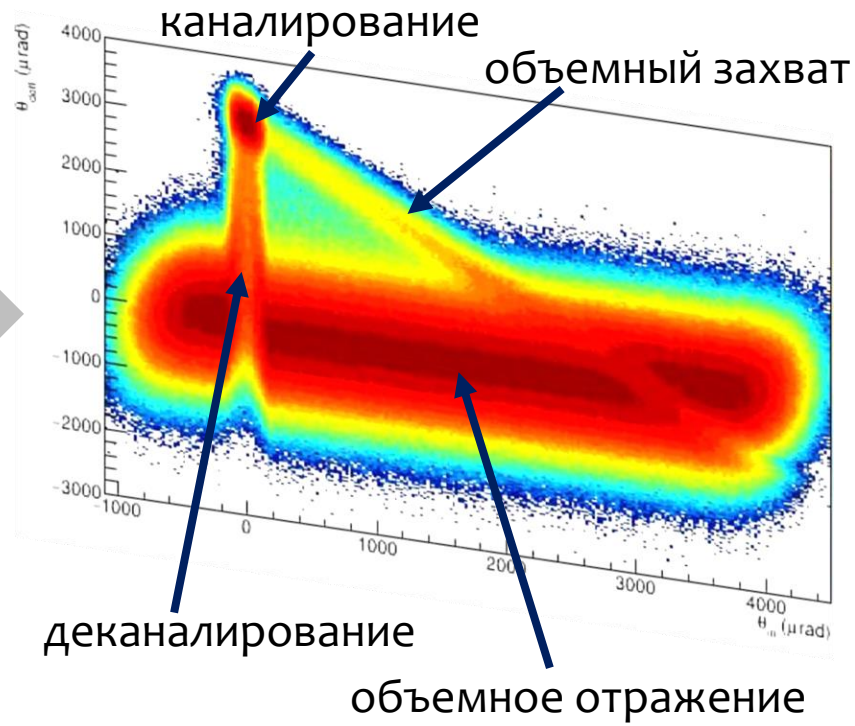
# Программа Монте-Карло моделирования каналирования заряженных частиц в изогнутых кристаллах кремния

проверка на данных экспериментов с энергиями от 1 до 400 ГэВ и оценки для пучков промежуточных энергий




**П.Ю. Иванова,** Ю.М. Иванов

27 октября 2026

# Содержание


1 Введение

2 Эксперимент на СЦ-1000

3 Программа MCFC

4 Сравнение результатов моделирования с экспериментами
400 ГэВ $p$ · 180 ГэВ $\pi^+$ · 70 ГэВ $p$ · 1 ГэВ $p$

5 Оценки

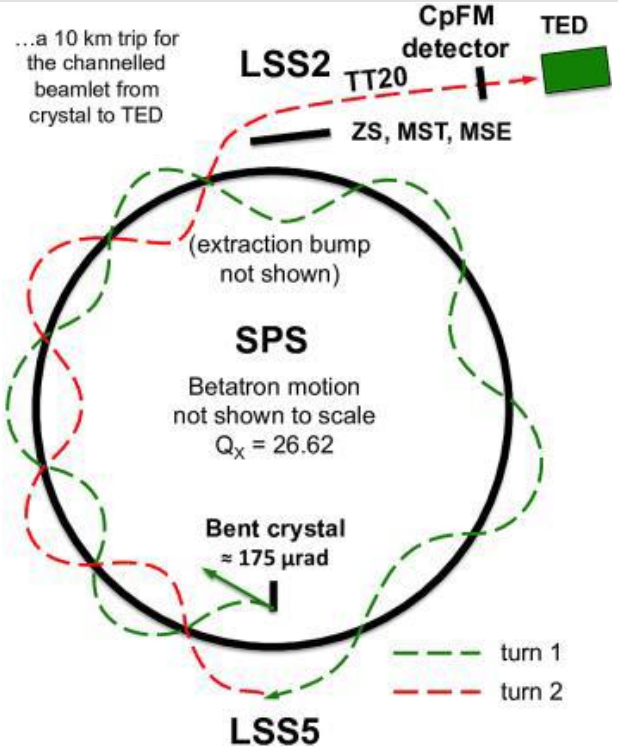
# Изогнутые кристаллы на ускорителях

## Идея Э.Н. Цыганова (1976) : частица, захваченная в канал, следует за изгибом атомных плоскостей.

- E.N. Tsyganov, Some aspects of the mechanism of a charged particle penetration through a monocrystal, Fermilab TM-682, 1976

## Подтверждающий эксперимент (1979)

- Э.Н. Цыганов и др., Управление траекториями заряженных частиц с помощью изогнутого монокристалла, Письма в ЖЭТФ, 1979

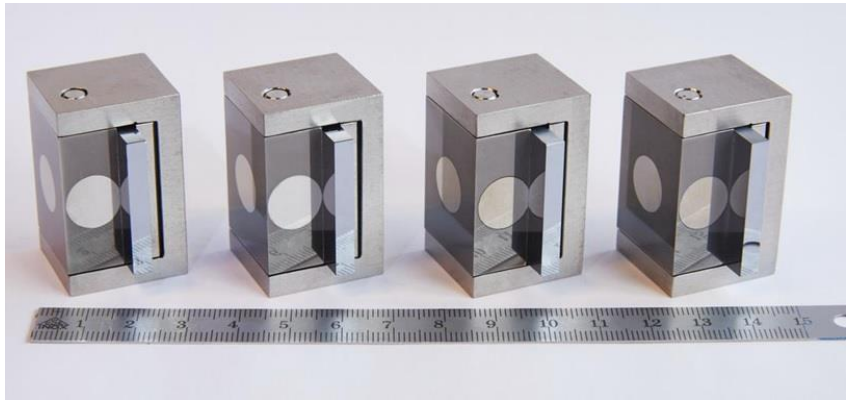


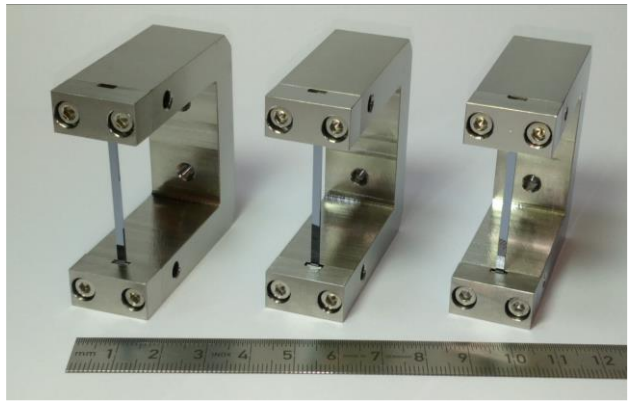

## *Вывод пучка SPS*

- L.S. Esposito et al., Crystal for slow extraction loss-reduction of the SPS electrostatic septum, 2019

## *Коллимация пучка в LHC*

- W. Scandale et al., Feasibility of crystal-assisted collimation in the CERN accelerator complex, 2022








дефлекторы для LHC, разработанные в ПИЯФ

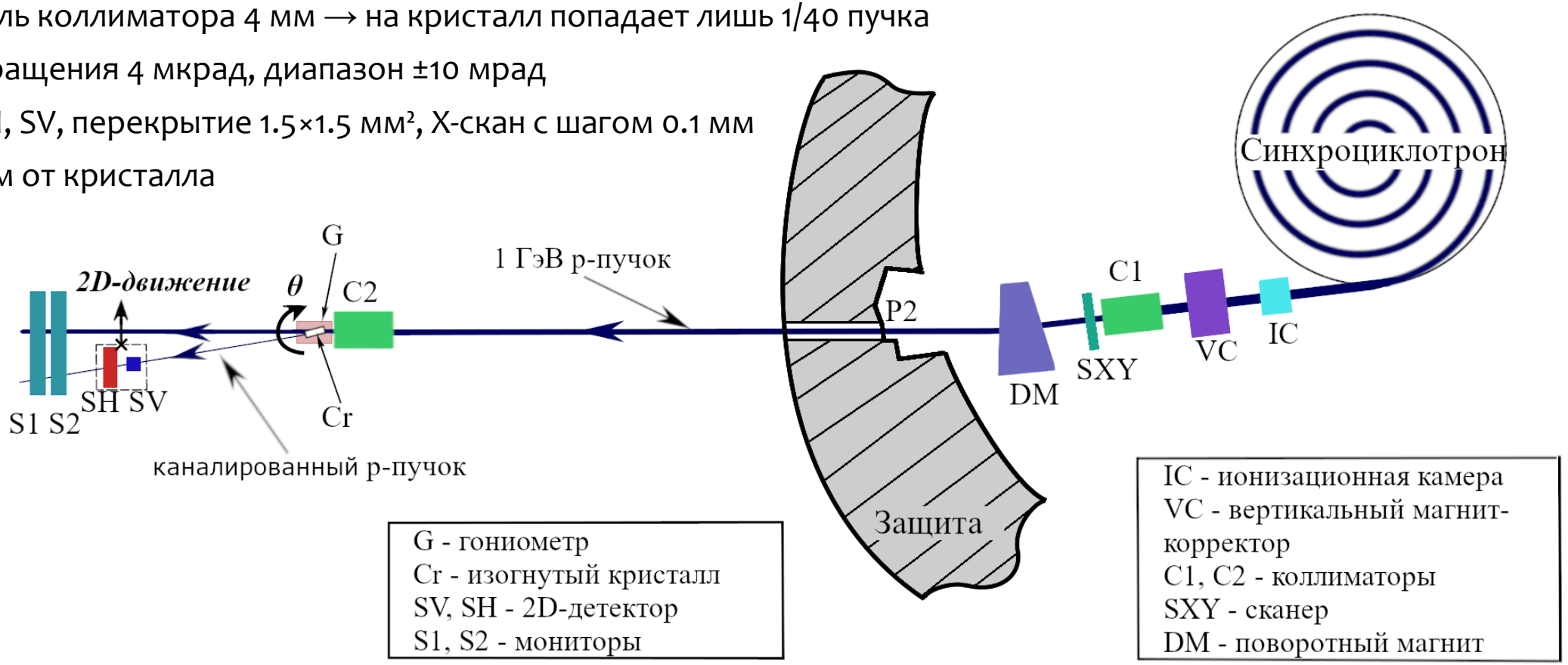
# Эксперимент на синхроциклотроне СЦ-1000 ПИЯФ

**Кристалл**

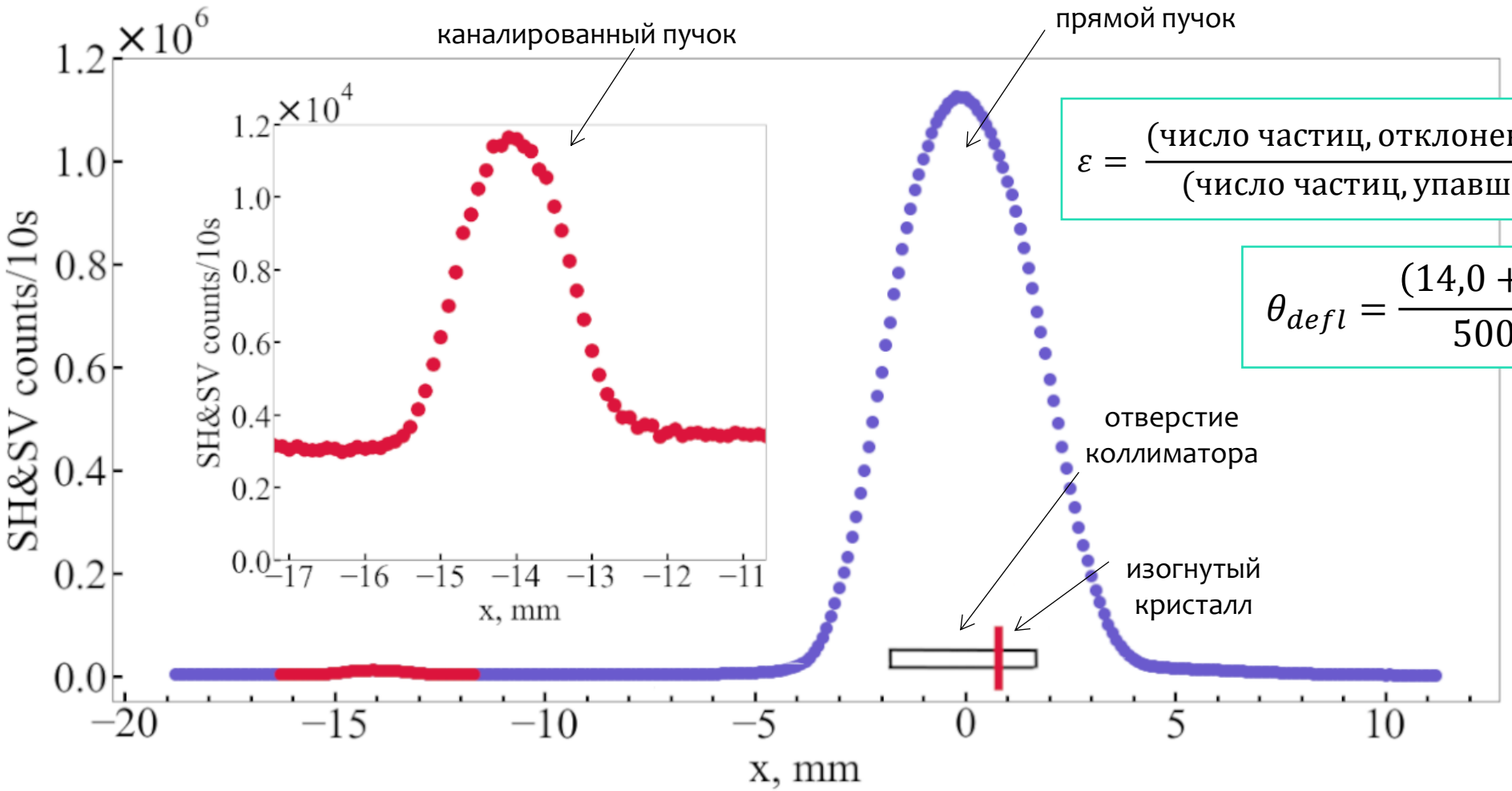
- Si, плоскости (110), длина вдоль пучка 1 мм
- угол изгиба (3.0 ± 0.1) мрад, R ≈ 33 см

**Пучок и регистрация**

- протоны 1 ГэВ, щель коллиматора 4 мм → на кристалл попадает лишь 1/40 пучка
- гониометр: шаг вращения 4 мкрад, диапазон ±10 мрад
- сцинтилляторы SH, SV, перекрытие 1.5×1.5 мм², X-скан с шагом 0.1 мм
- профилометр в 5 м от кристалла



# Обработка данных: угол и эффективность отклонения




$$\varepsilon = \frac{(\text{число частиц, отклоненных кристаллом})}{(\text{число частиц, упавших на кристалл})} = (32 \pm 3)\%$$

$$\theta_{defl} = \frac{(14{,}0 + 0{,}9)\text{мм}}{5000\ \text{мм}} = (3.0 \pm 0.1)\ \text{мрад}$$

Д.А.Амерканов, Л.А.Вайшнене, Ю.А.Гавриков, Б.Л.Горшков, А.С.Денисов, Е.М.Иванов, П.Ю.Иванова, Ю.М.Иванов, М.А.Кознов, В.И.Мурзин, Л.А.Щипунов, *Эксперимент по высокоэффективному отклонению протонного пучка с энергией 1 ГэВ изогнутым кристаллом на синхроциклотроне ПИЯФ*, Письма в ЖЭТФ, 118: 551-556 (2023)

# История моделирования экспериментов с изогнутыми кристаллами

## 1978 А.М. Таратин

А. М. Таратин, Э. Н. Цыганов, С. А. Воробьев, Письма в ЖЭТФ

*Каналирование заряженных частиц в изогнутом кристалле. Численный эксперимент*

## 1988 А.М. Таратин

А.М. Таратин, С. А. Воробьев, ЖТФ

*Квазиканалирование заряженных частиц высокой энергии в изогнутом кристалле.* ***Объемное отражение*** *и объемный захват частиц*

## 1991 И.А. Язынин SCRAPER

*Computation of scraper systems and beam extraction from the UNK using bent crystals*

## 1993 В.М. Бирюков CATCH

*Crystal Channelling Simulation CATCH 1.4 User's Guide*

## 2010 V. Previtali *code for* SixTrack (CERN)

*Performance evaluation of a crystal-enhanced collimation system for the LHC (PhD)*

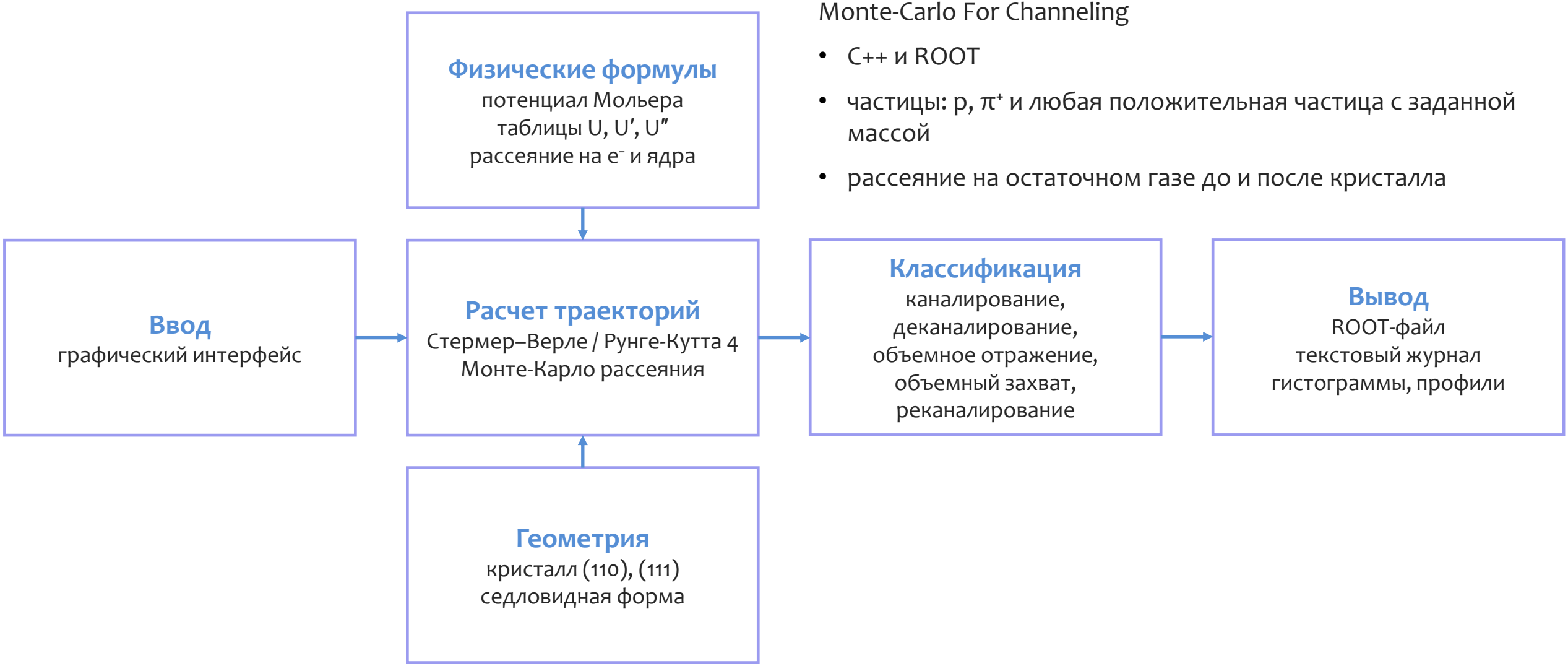
## 2014 E. Bagli *code for Geant4*

*A model for the interaction of high-energy particles in straight and bent crystals implemented in Geant4*

## 2015 D. Mirarchi *code for* SixTrack (CERN)

Crystal collimation for LHC *(PhD)*

# Программа MCFC: архитектура




Monte-Carlo For Channeling

- C++ и ROOT
- частицы: p, $\pi^+$ и любая положительная частица с заданной массой
- рассеяние на остаточном газе до и после кристалла

# Непрерывный потенциал

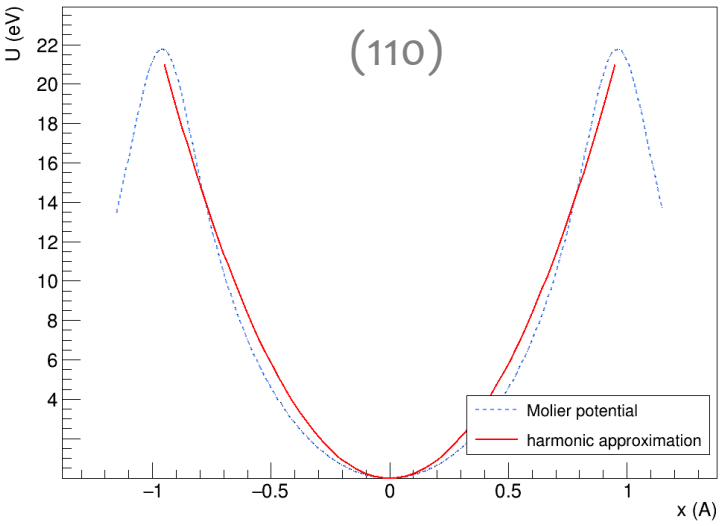
Плоскостной потенциал Мольера с учетом тепловых колебаний:

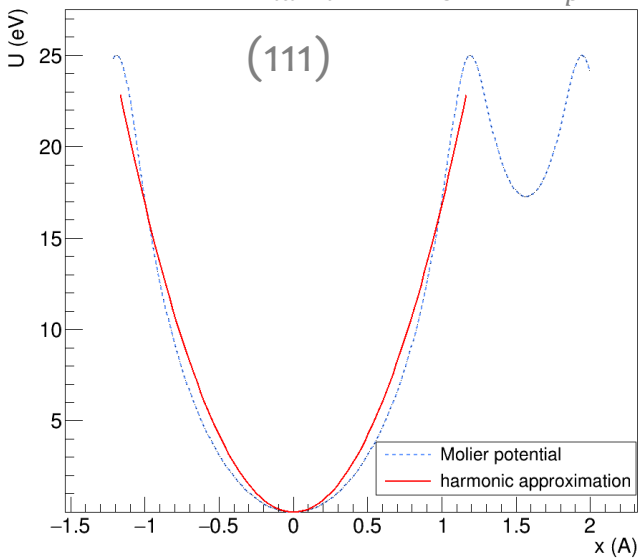
$$U_{pl}(x) = 2\pi N d_p Z_i Z e^2 a_{TF} \sum_{j=1}^{3} \frac{\alpha_j}{2\beta_j} e^{\frac{\beta_j^2 u_T^2}{2a_{TF}^2}} \left( e^{-\frac{\beta_j x}{a_{TF}}} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\beta_j u_T}{a_{TF}} - \frac{x}{u_T}\right)\right) + e^{\frac{\beta_j x}{a_{TF}}} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\beta_j u_T}{a_{TF}} + \frac{x}{u_T}\right)\right)\right).$$

$$U_{111}(x) \approx U_{pl}\left(\frac{5d_{p\,111}}{8} - x\right) + U_{pl}\left(\frac{3d_{p\,111}}{8} - x\right) + U_{pl}\left(\frac{5d_{p\,111}}{8} + x\right) + U_{pl}\left(\frac{3d_{p\,111}}{8} + x\right) - 2U_{pl}\left(\frac{3d_{p\,111}}{8}\right) - 2U_{pl}\left(\frac{5d_{p\,111}}{8}\right)$$

$$U_{110}(x) \approx U_{pl}\left(\frac{d_{p\,110}}{2} - x\right) + U_{pl}\left(\frac{d_{p\,110}}{2} + x\right) - 2U_{pl}\left(\frac{d_{p\,110}}{2}\right)$$

потенциал Мольера и гармоническое приближение $U_{harm} = U_0(2x/d_p)^2$




Линейная интерполяция:

$$U(x) = U_n + \frac{U_{n+1} - U_n}{x_{n+1} - x_n}(x - x_n)$$

Изогнутый кристалл:

$$U_{eff}(x) = U(x) + \frac{pv}{R}x$$

# Решение уравнения движения

Угол падения частицы считаем малым, тогда $\theta_x = \frac{p_x}{p_z} = \frac{dx}{dz}$.

Уравнение движения в изогнутом канале:

$$pv\frac{d^2x}{dz^2} = -\frac{dU}{dx}.$$

метод Стермера–Верле

$$\begin{cases} x_0 = x_{in}, \theta_{x\,0} = \theta_{x\,in}, \\ x_{n+1} = x_n + h_z\left(\theta_{x\,n} - \frac{h_z}{2}\left(\frac{1}{pv}U_x'(x_n) + \frac{1}{R}\right)\right), \\ \theta_{x\,n+1} = \theta_{x\,n} - \frac{h_z}{2}\left(\frac{1}{pv}\left(U_x'(x_n) + U_x'(x_{n+1})\right) + \frac{2}{R}\right). \end{cases}$$

метод Рунге–Кутты 4-го порядка

$$\begin{cases} x_0 = x_{in}, \theta_{x\,0} = \theta_{x\,in}, \\ x_{n+1} = x_n + \frac{h_z}{6}(\varkappa_1 + 2\,\varkappa_2 + 2\,\varkappa_3 + \varkappa_4), \\ \theta_{x\,n+1} = \theta_{x\,n} + \frac{h_z}{6}(k_1 + 2\,k_2 + 2\,k_3 + k_4), \\ \varkappa_1 = \theta_{x\,n},\ \varkappa_2 = \theta_{x\,n} + \frac{k_1 h_z}{2},\ \varkappa_3 = \theta_{x\,n} + \frac{k_2 h_z}{2},\ \varkappa_4 = \theta_{x\,n} + k_3 h_z, \\ k_1 = -\left(\frac{1}{pv}U_x'(x_n) + \frac{1}{R}\right),\ k_2 = -\left(\frac{1}{pv}U_x'\left(x_n + \frac{\varkappa_1 h_z}{2}\right) + \frac{1}{R}\right), \\ k_3 = -\left(\frac{1}{pv}U_x'\left(x_n + \frac{\varkappa_2 h_z}{2}\right) + \frac{1}{R}\right),\ k_4 = -\left(\frac{1}{pv}U_x'(x_n + \varkappa_3 h_z) + \frac{1}{R}\right). \end{cases}$$

# Многократное рассеяние на электронах и ядрах

$$\langle(\delta\theta_s)^2\rangle = \left\langle\frac{(\delta\theta_s)^2}{\delta z}\right\rangle_e \cdot \delta z + \langle(\delta\theta_s)^2\rangle_n, \qquad \delta x = \sqrt{\langle(\delta\theta_s)^2\rangle}\cdot\delta z\left(\frac{\eta_1}{\sqrt{12}}+\frac{\eta_2}{2}\right), \qquad \theta_s = \sqrt{\langle(\delta\theta_s)^2\rangle}\cdot\eta_2,$$

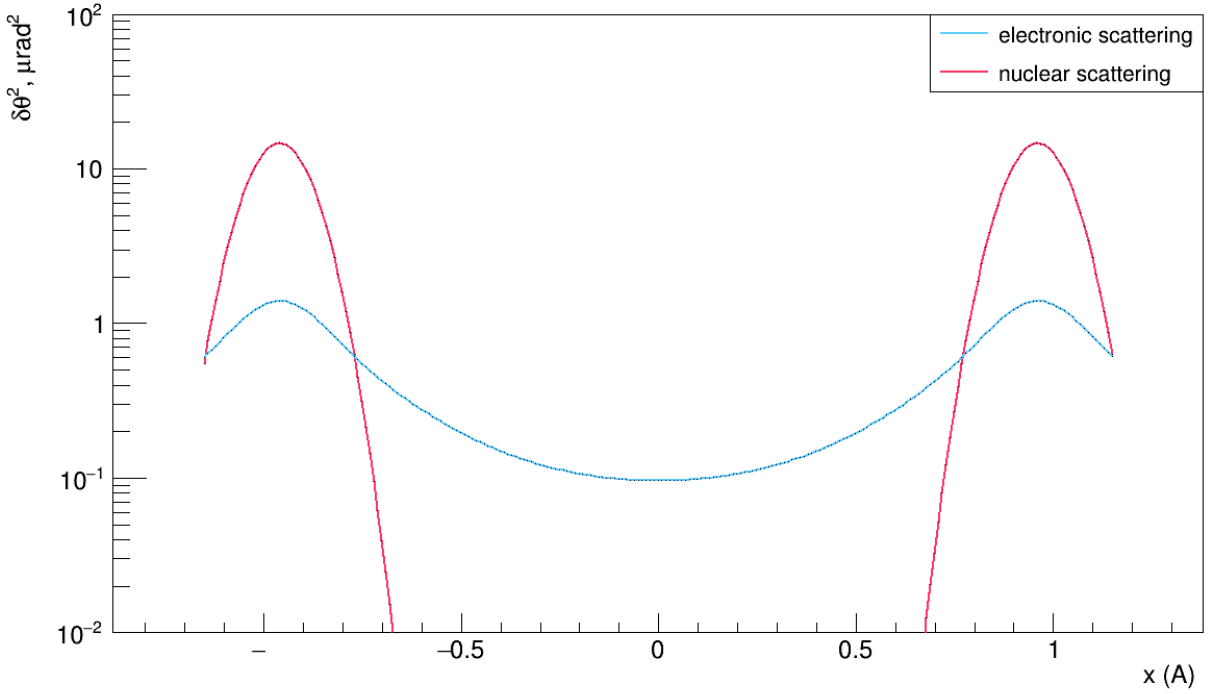
где $\eta_1, \eta_2$ – случайные величины нормального распределения $N(0,1)$ .

$$\Delta E_T = \frac{pv}{2}(\theta+\theta_s)^2 - \frac{pv}{2}\theta^2 = pv\left(\theta\theta_s + \frac{\theta_s^2}{2}\right),$$

- Средний квадрат угла отклонения протонов с энергией 1 ГэВ при многократном рассеянии на ядрах и на электронах в кристалле в зависимости от положения частицы в канале, шаг рассеяния равен 0.01 мкм.

$$\left\langle\frac{(\delta\theta_s)^2}{\delta z}\right\rangle_e = \frac{m_e}{2p^2}\left(\frac{\delta E}{\delta z}\right)_{am}\frac{n_e(x)}{n_{am}}$$

$$\langle(\delta\theta_s)^2\rangle_n = \theta_{am}^2\cdot\frac{Zn_n(x)}{ZN}$$



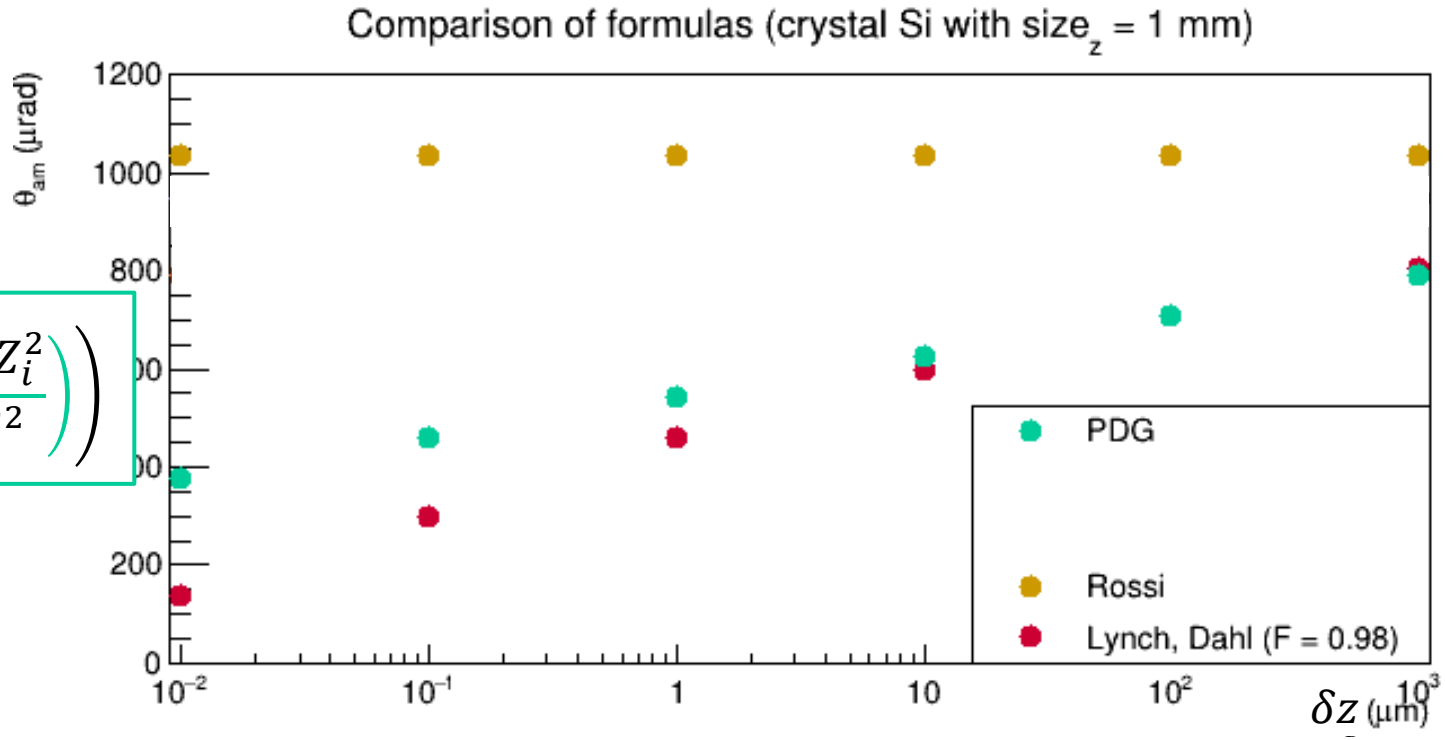
# Логарифмическая поправка

**Rossi**

$$\theta_{am} = \frac{E_s \cdot Z_i}{\sqrt{2}\, p\beta} \sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}, \qquad E_s = 21\ \text{МэВ}$$

**PDG**

$$\theta_{am} = \frac{13.6\ \text{МэВ} \cdot Z_i}{p\beta} \sqrt{\frac{\delta z}{L_r}} \left(1 + 0.038 \ln\left(\frac{\boldsymbol{\delta z} \cdot Z_i^2}{L_r \beta^2}\right)\right)$$

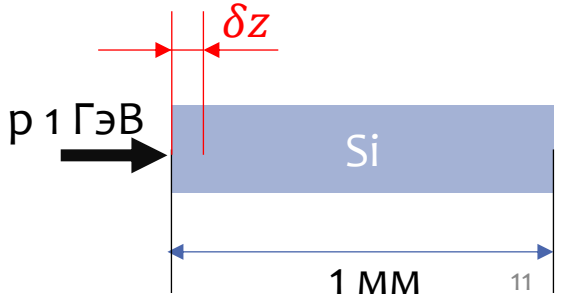



**Dahl, Lynch**

$$\theta_{am}^2 = \frac{\chi_c^2}{1+F^2}\left(\frac{1+\nu}{\nu}\ln(1+\nu) - 1\right), \nu = \frac{0.5\Omega}{1-F}, \Omega = \frac{\chi_c^2}{\chi_\alpha^2},$$

$$F = 0.7, 0.9, 0.95, 0.98, 0.99, 0.995, 0.997,$$

$$\chi_c^2 = 0.157 \cdot \frac{Z(Z+1)X}{A}\left(\frac{Z_i}{p\beta}\right)^2, \chi_\alpha^2 = 2.007 \cdot 10^{-5} 5 \cdot \frac{Z^{\frac{2}{3}}\left(1 + 3.34\left(Z \cdot Z_i \cdot \frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)}{p^2}$$



# Логарифмическая поправка

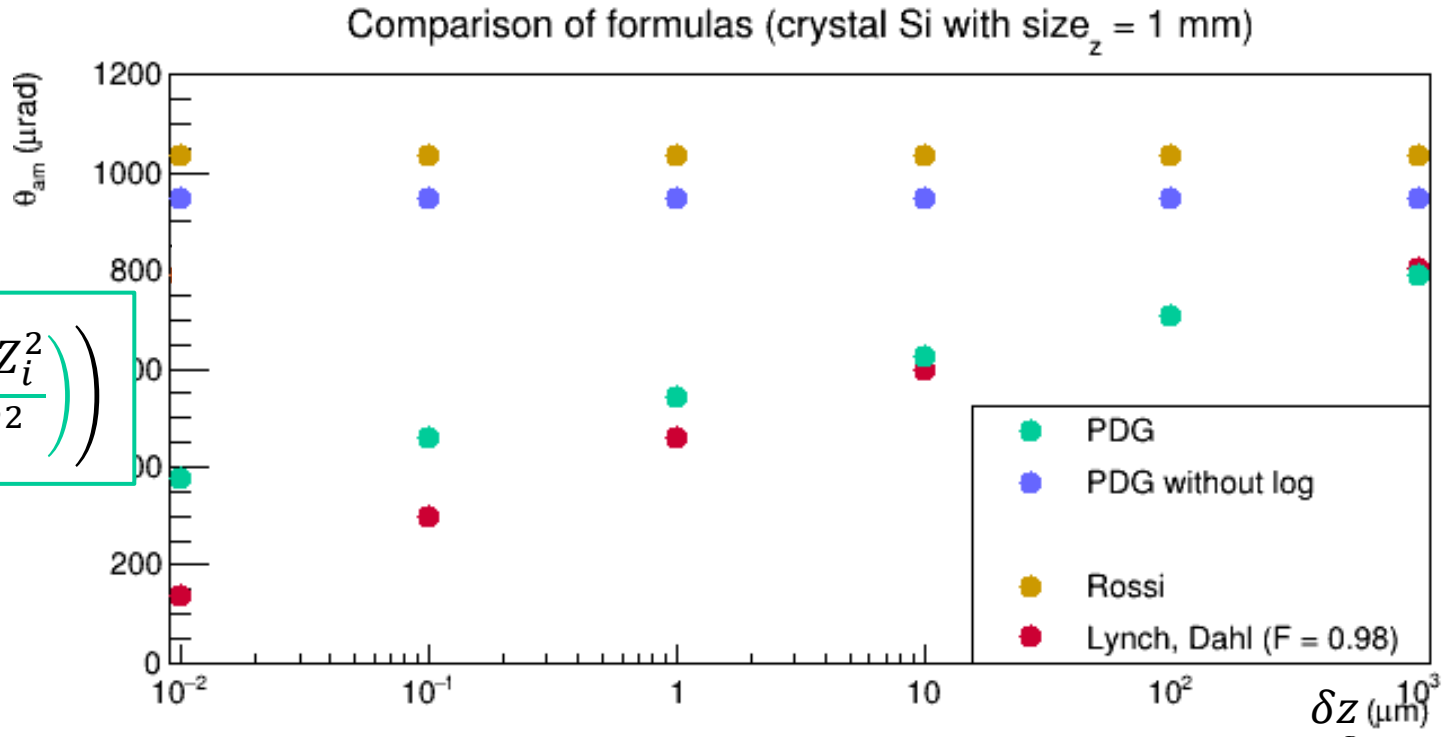
**Rossi**

$$\theta_{am} = \frac{E_s \cdot Z_i}{\sqrt{2}\, p\beta}\sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}, \qquad E_s = 21\ \text{МэВ}$$

**PDG**

$$\theta_{am} = \frac{13.6\ \text{МэВ} \cdot Z_i}{p\beta}\sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}\left(1 + 0.038\ln\left(\frac{\delta z \cdot Z_i^2}{L_r \beta^2}\right)\right)$$

$$\theta_{am} = \frac{13.6\ \text{МэВ} \cdot Z_i}{p\beta}\sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}$$

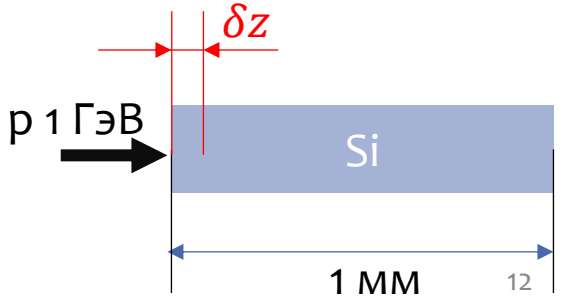



**Dahl, Lynch**

$$\theta_{am}^2 = \frac{\chi_c^2}{1+F^2}\left(\frac{1+\nu}{\nu}\ln(1+\nu) - 1\right), \nu = \frac{0.5\Omega}{1-F}, \Omega = \frac{\chi_c^2}{\chi_\alpha^2},$$

$$F = 0.7, 0.9, 0.95, 0.98, 0.99, 0.995, 0.997,$$

$$\chi_c^2 = 0.157 \cdot \frac{Z(Z+1)X}{A}\left(\frac{Z_i}{p\beta}\right)^2, \chi_\alpha^2 = 2.007 \cdot 10^{-5} 5 \cdot \frac{Z^{\frac{2}{3}}\left(1 + 3.34\left(Z \cdot Z_i \cdot \frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)}{p^2}$$



# Логарифмическая поправка

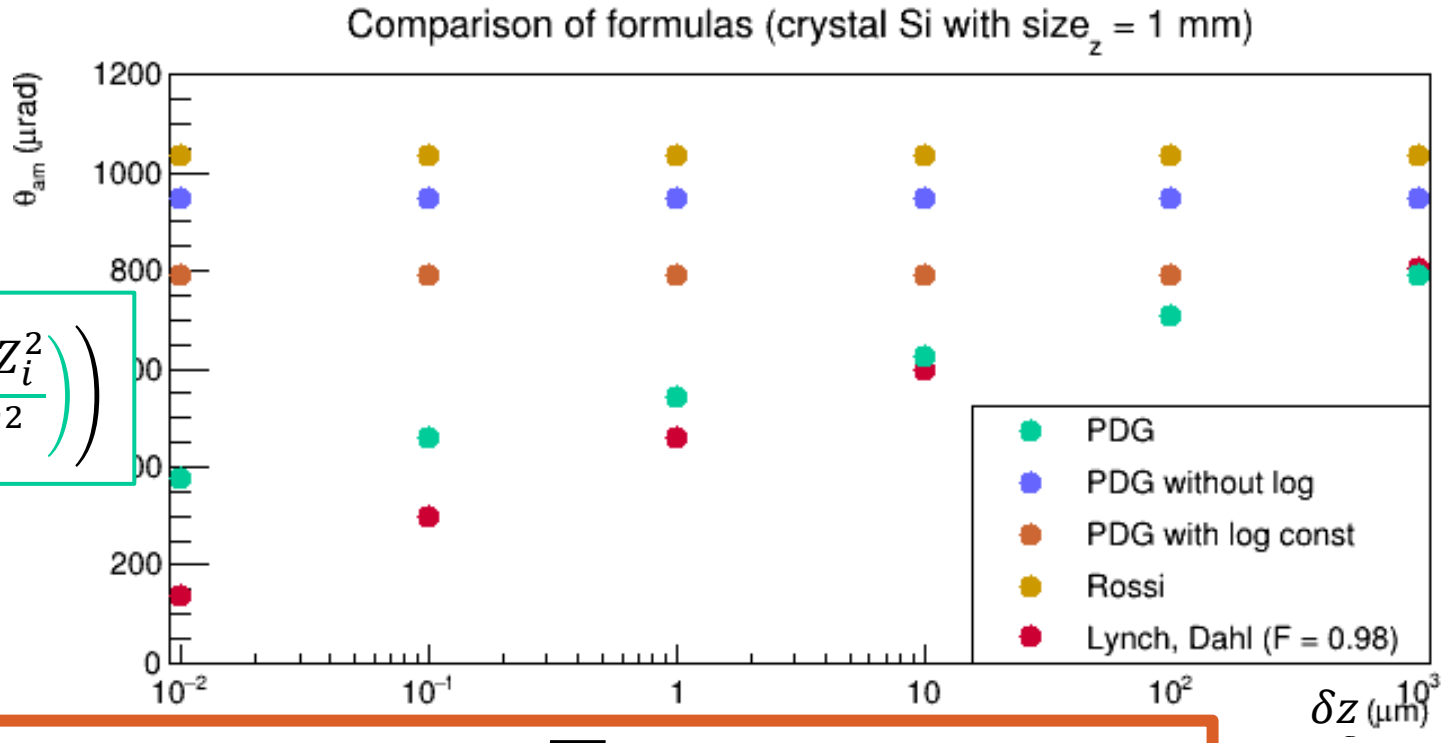
**Rossi**

$$\theta_{am} = \frac{E_s \cdot Z_i}{\sqrt{2}\, p\beta}\sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}, \qquad E_s = 21\ \text{МэВ}$$

**PDG**

$$\theta_{am} = \frac{13.6\ \text{МэВ} \cdot Z_i}{p\beta}\sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}\left(1 + 0.038\ln\left(\frac{\boldsymbol{\delta z} \cdot Z_i^2}{L_r\beta^2}\right)\right)$$

$$\theta_{am} = \frac{13.6\ \text{МэВ} \cdot Z_i}{p\beta}\sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}$$



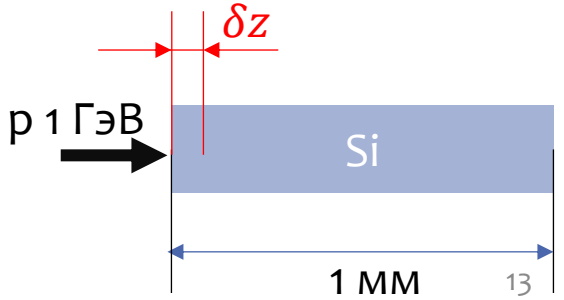

**Dahl, Lynch**

$$\theta_{am}^2 = \frac{\chi_c^2}{1+F^2}\left(\frac{1+\nu}{\nu}\ln(1+\nu$$

$$\theta_{am} = \frac{13.6\ \text{МэВ} \cdot Z_i}{p\beta}\sqrt{\frac{\delta z}{L_r}}\left(1 + 0.038\ln\left(\frac{\boldsymbol{L} \cdot Z_i^2}{L_r\beta^2}\right)\right)$$

$$F = 0.7, 0.9, 0.95, 0.98, 0.99, 0.995, 0.997,$$

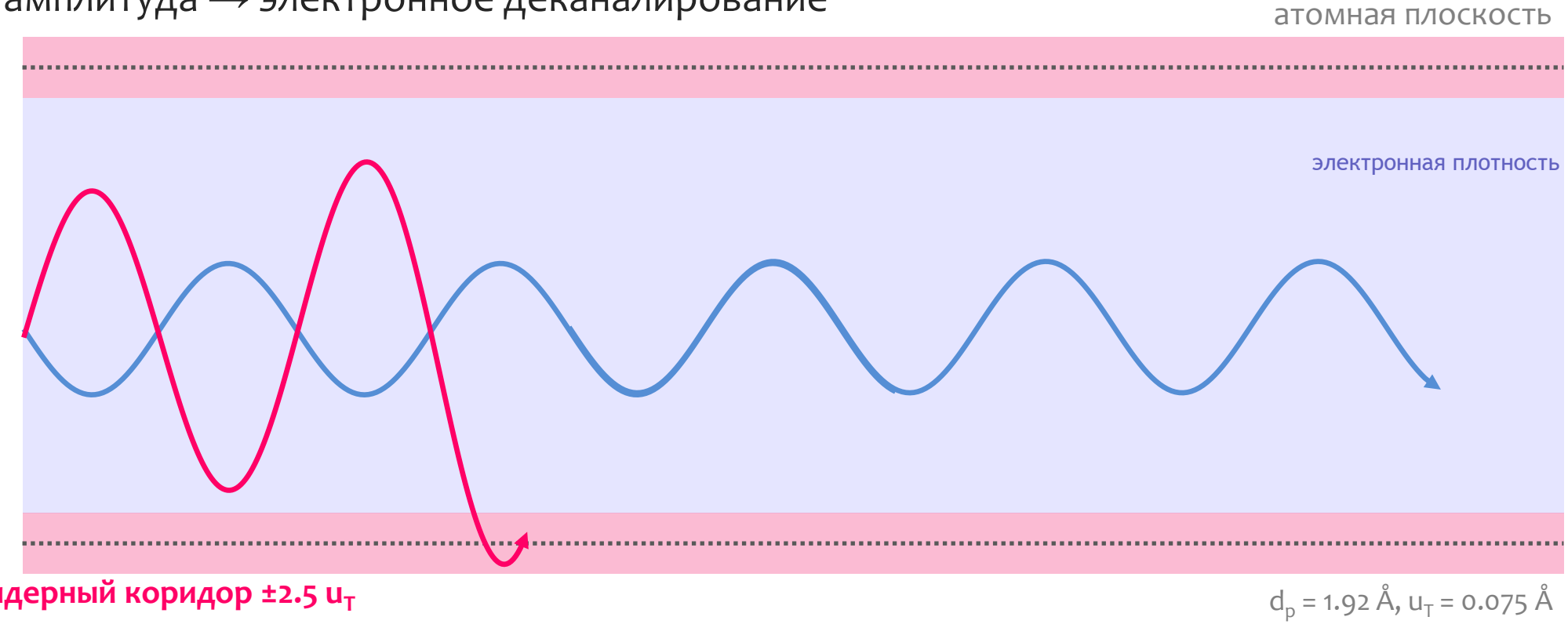
$$\chi_c^2 = 0.157 \cdot \frac{Z(Z+1)X}{A}\left(\frac{Z_i}{p\beta}\right)^2, \chi_\alpha^2 = 2.007 \cdot 10^{-5}5 \cdot \frac{Z^{\frac{2}{3}}\left(1 + 3.34\left(Z \cdot Z_i \cdot \frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right)}{p^2}$$



# Ядерное и электронное деканалирование

— большая поперечная энергия → ядерное деканалирование

— малая амплитуда → электронное деканалирование




- Разница длин в 1–2 порядка: короткий кристалл теряет в основном «ядерную» долю
- В MCFC рассеяние считается по локальным плотностям $n_n(x)$ и $n_e(x)$, поэтому оба механизма возникают автоматически

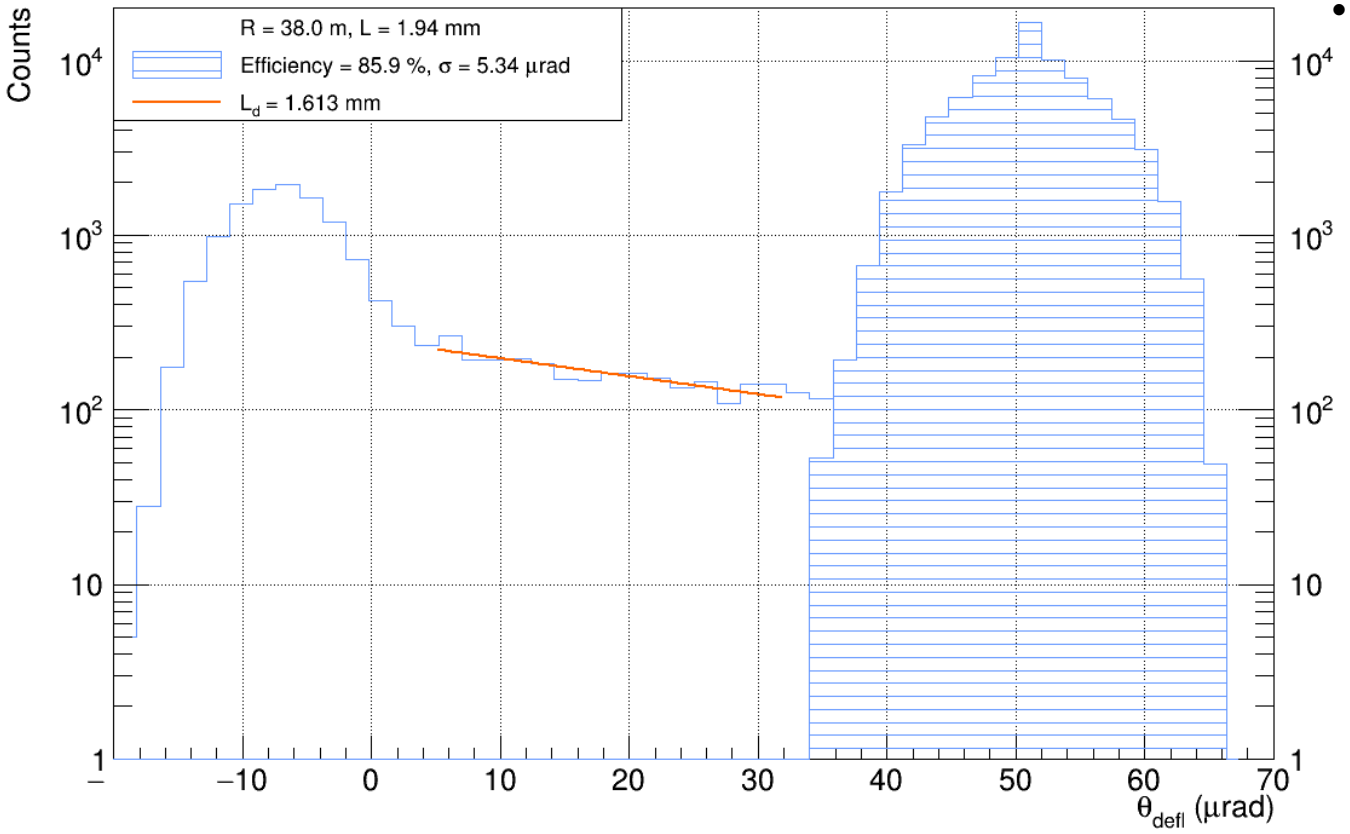
# Проверка программы MCFC: эксперименты

| Энергия, частица | Кристалл Si | Сравнение | Эксперимент | MCFC |
|---|---|---|---|---|
| **400 ГэВ, p** | (110), 1.94 мм | $L_D$ | (1.53 ± 0.35) мм | 1.61 мм |
| **180 ГэВ, $\pi^+$** | (110), 23 мм | ε / $L_D$ | (55.3 ± 0.8) % / (71.3 ± 0.7) мм | 59.7 % / 68.8 мм |
| **70 ГэВ, p** | (111), 0.72 мм | эмульсия | линии A, B, C | воспроизведены |
| **1 ГэВ, p** | (111), 30 мкм | ε каналир. / отраж. | (63 ± 3) % / (71 ± 3) % | 58.3 % / 72.6 % |
| **1 ГэВ, p** | (110), 1 мм | ε | (32 ± 3) % | 31 % |

Диапазон: три порядка по энергии, толщины от 30 мкм до 23 мм, протоны и пионы, плоскости (110) и (111)

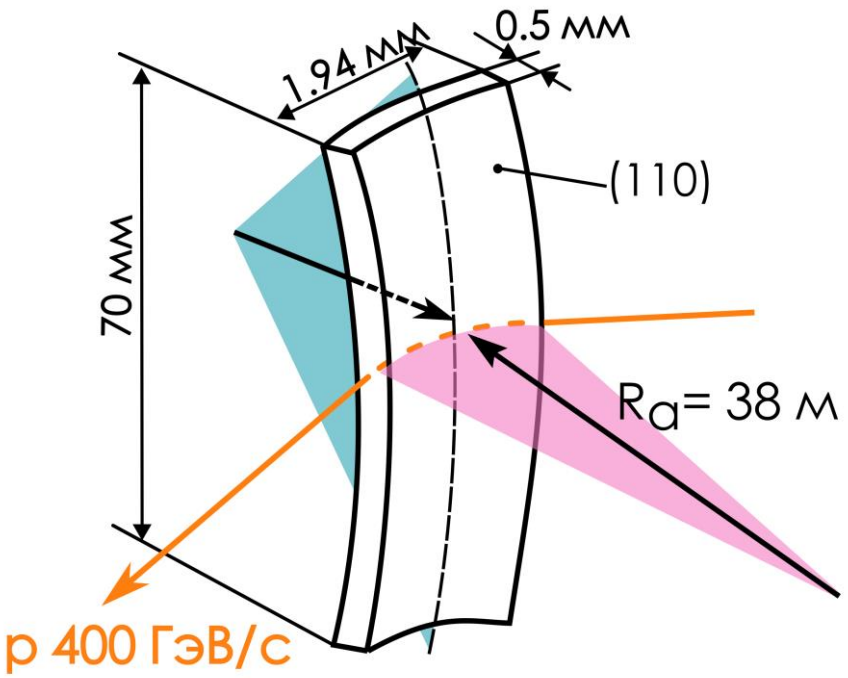
П.Ю.Иванова, Ю.М.Иванов, *Моделирование экспериментов по каналированию заряженных частиц с энергией 1-180 ГэВ в изогнутых кристаллах кремния*, принято к публикации в «Ядерной физике» т. 90 номер 1 (2027)

# 400 ГэВ протоны : ЦЕРН

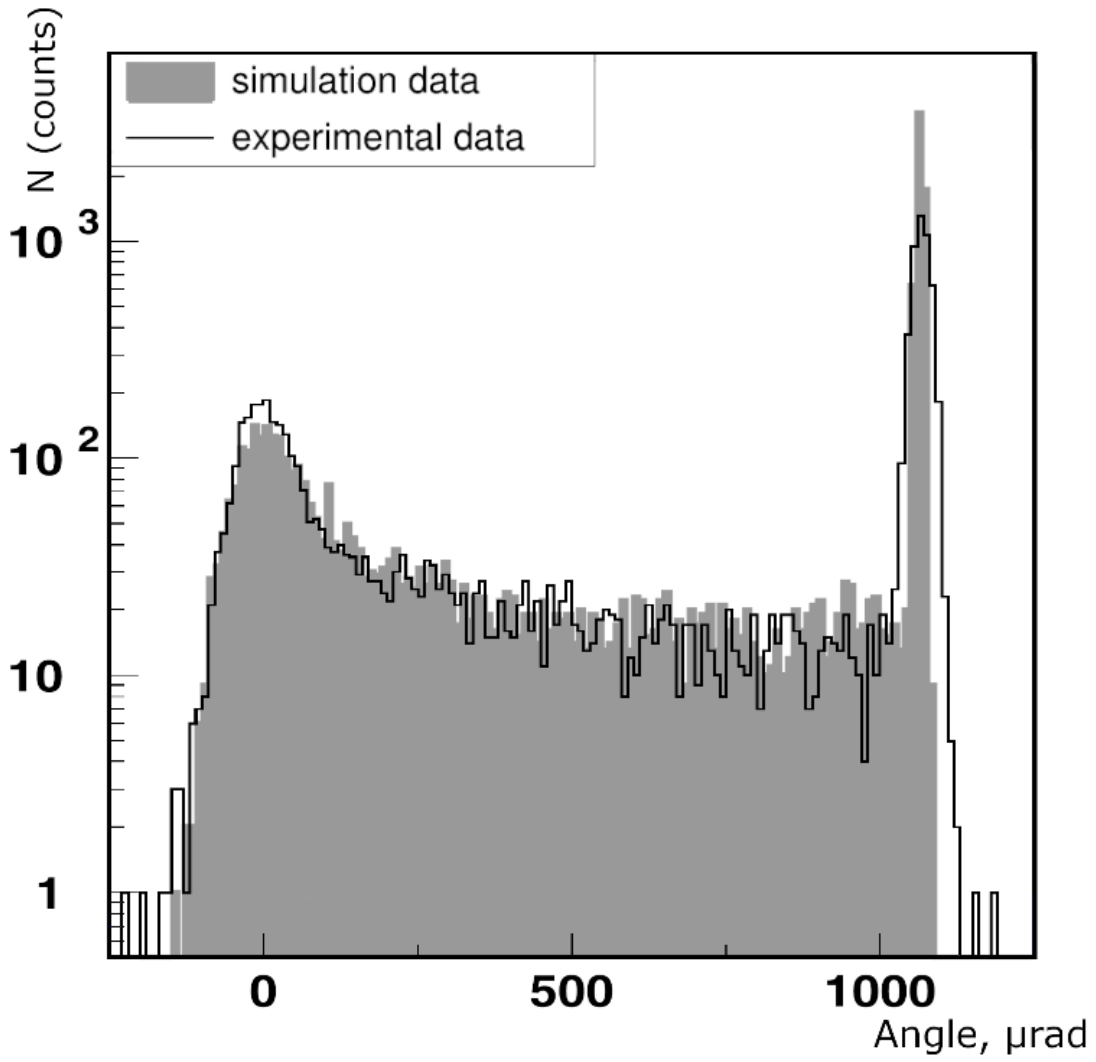



- Отбор протонов с $\theta_{in} \in [-5; 5]$ мкрад

| | Эксперимент | MCFC |
|---|---|---|
| **ε** | (83.4 ± 1.8) % | 85.9 % |
| **$L_D$ (ядерная)** | (1.53 ± 0.35) мм | 1.61 мм |

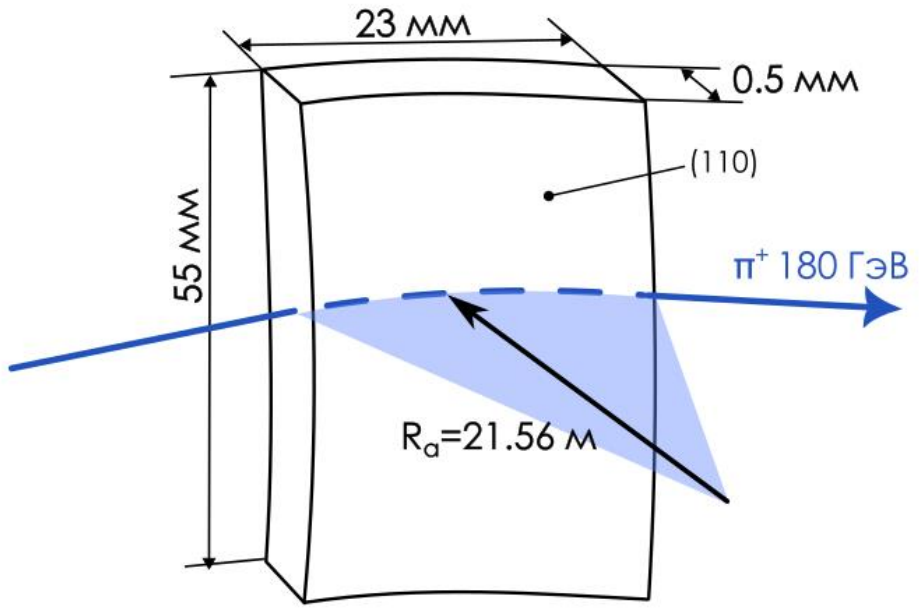


# 180 ГэВ $\pi^+$-мезоны: ЦЕРН

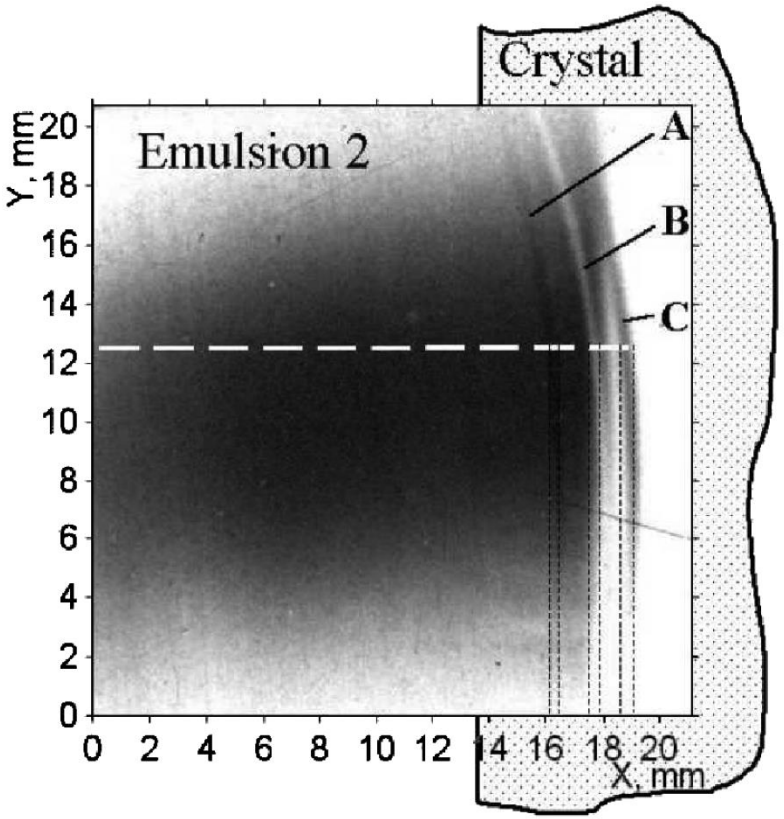



- Отбор пионов с $\theta_{in} \in [-1.25; 1.25]$ мкрад

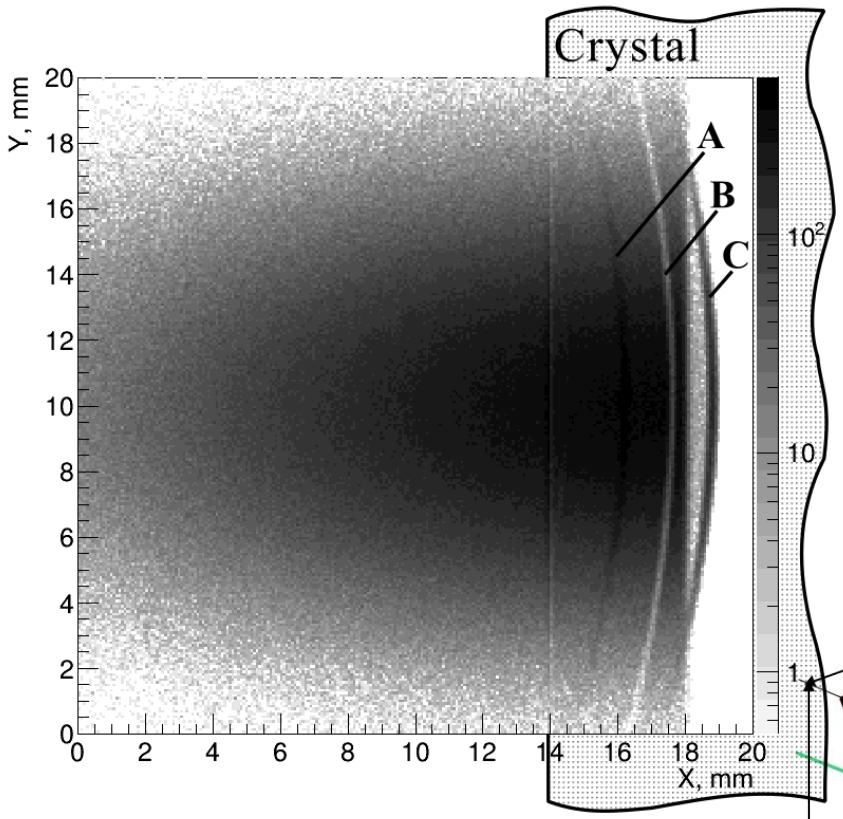
| | Эксперимент | MCFC |
|---|---|---|
| **ε** | (55.3 ± 0.8) % | 59.7 % |
| **$L_D$ (электронная)** | (71.34 ± 0.68) мм | 68.8 мм |



# 70 ГэВ протоны: У-70, ИФВЭ

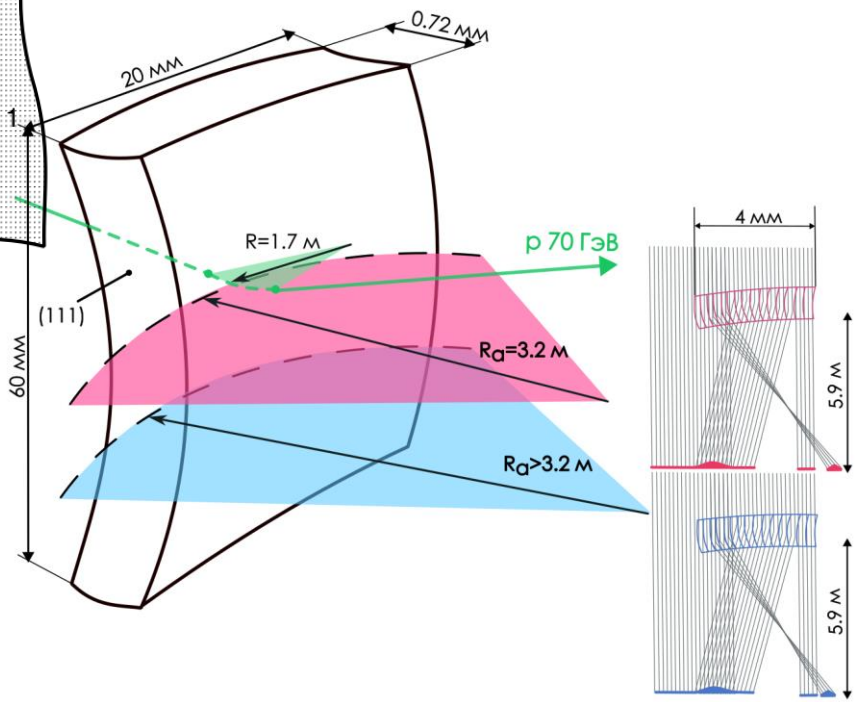



эксперимент




MCFC

- Эмульсия в 5.9 м от кристалла
- Линии изогнуты по высоте → радиус антикластического изгиба меняется по высоте кристалла
- MCFC: задание второго радиуса подтверждает гипотезу




A – объемное отражение,

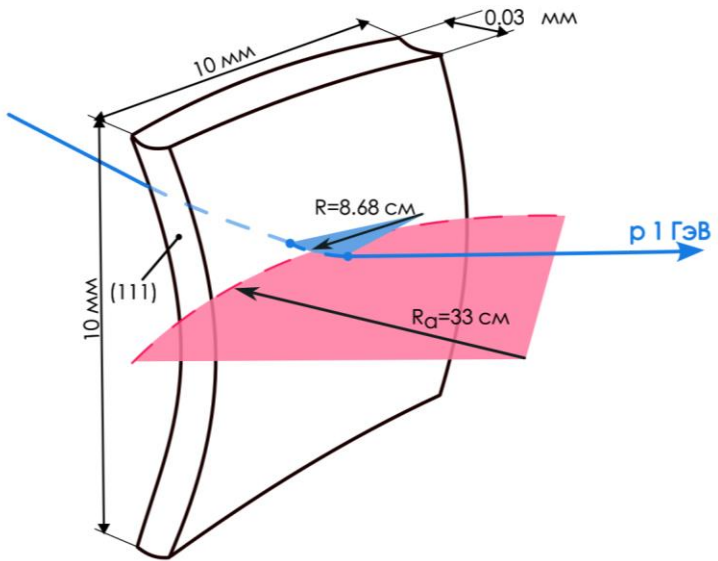
B – между отраженным и прямым пучками,

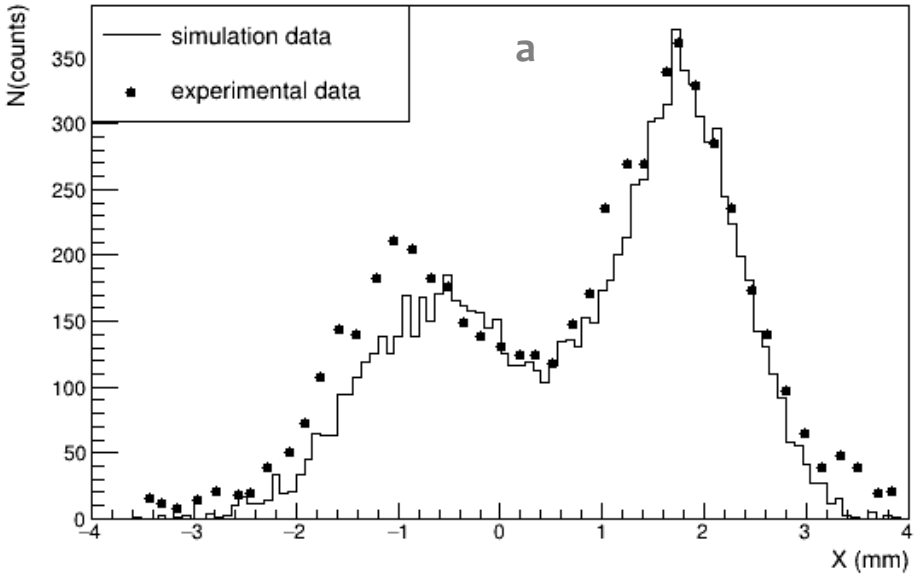
C – каналирование

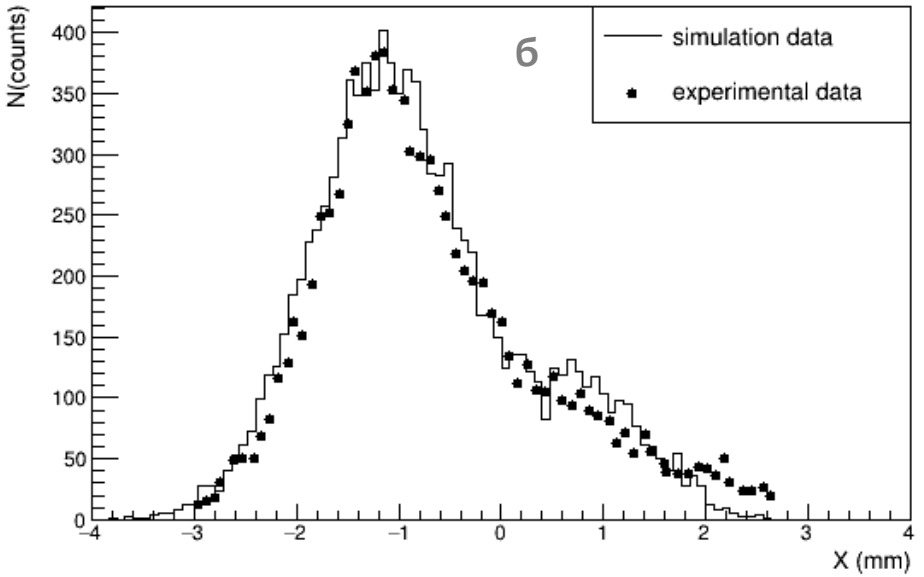
# 1 ГэВ протоны: СЦ-1000 (2006). 30 мкм кристалл

- Si (111), L = 30 мкм, упругоквазимозаичный изгиб, угол 380 мкрад
- Расходимость 160 мкрад ≈ $\theta_c$ = 170 мкрад; ширина пучка 80 мкм
- Входная поверхность седловидная → веерообразные плоскости (учтено в MCFC)
- Учтено рассеяние на остаточном газе: оценка давления 3 мбар

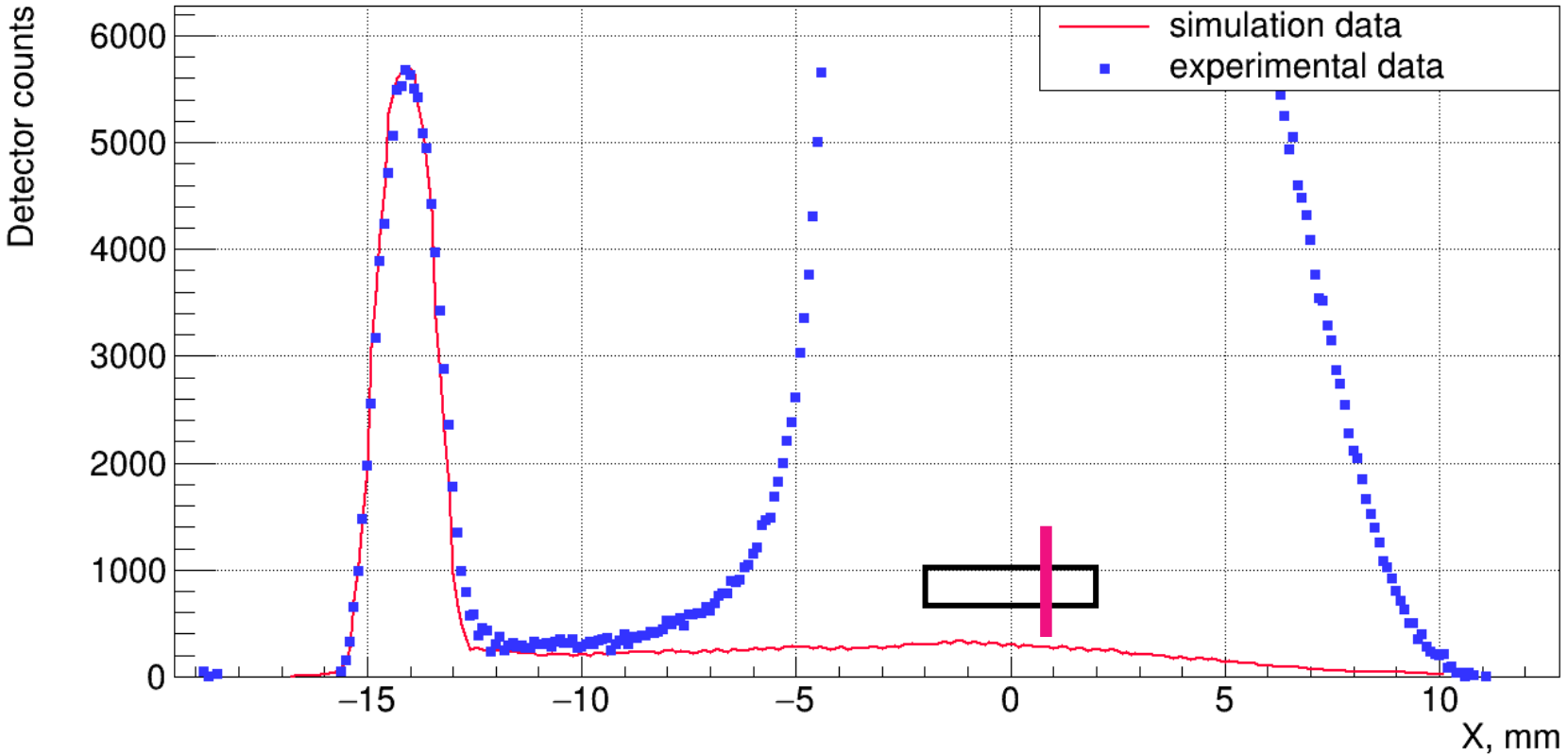
| | Эксперимент | MCFC |
|---|---|---|
| **каналирование (а)** | (63 ± 3) % | 58.3 % |
| **объемное отражение (б)** | (71 ± 3) % | 72.6 % |

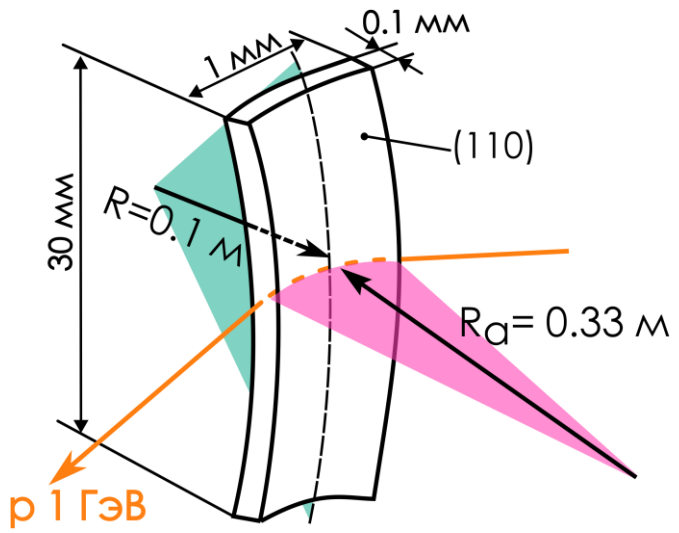


# 1 ГэВ протоны: СЦ-1000 (2023). 1 мм кристалл

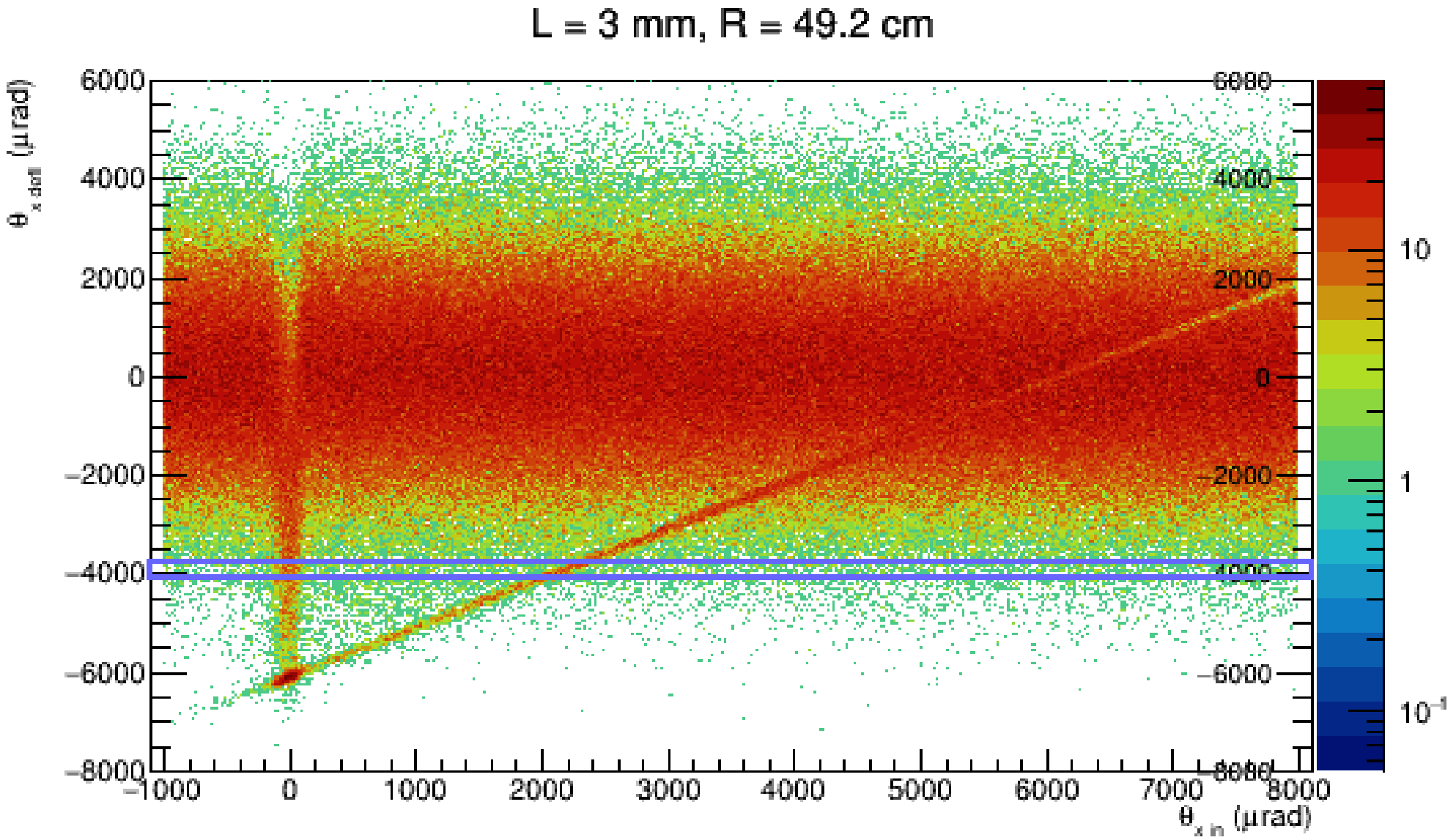



Линейный X-скан: каналированный (левый) и прямой (правый) пучки. В расчете – только 1/40 прямого пучка, попадающая на кристалл

| | Эксперимент | MCFC |
|---|---|---|
| ε | (32 ± 3) % | 31 % |

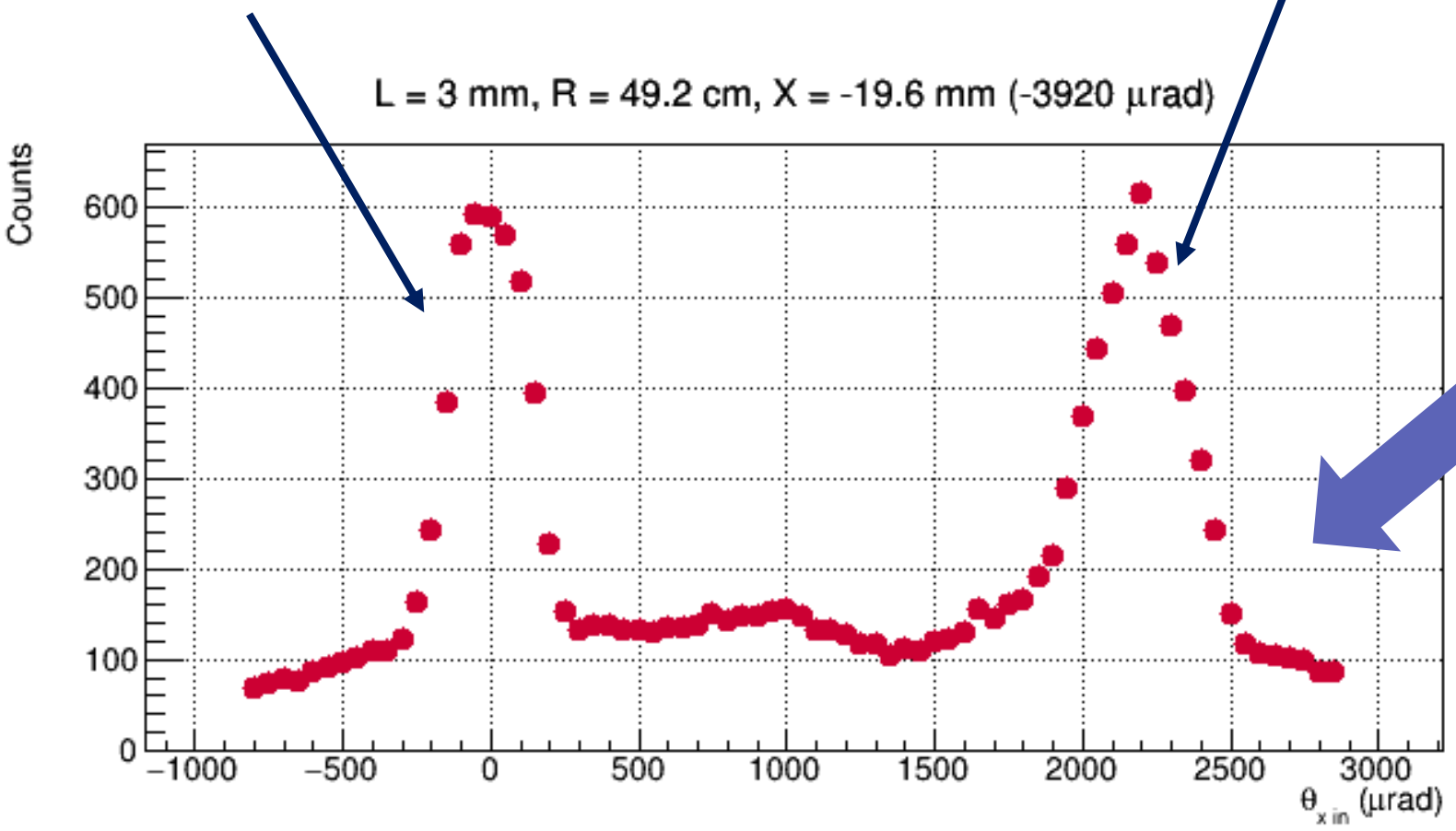
# 1 ГэВ протоны: СЦ-1000 (2023). 3 мм кристалл

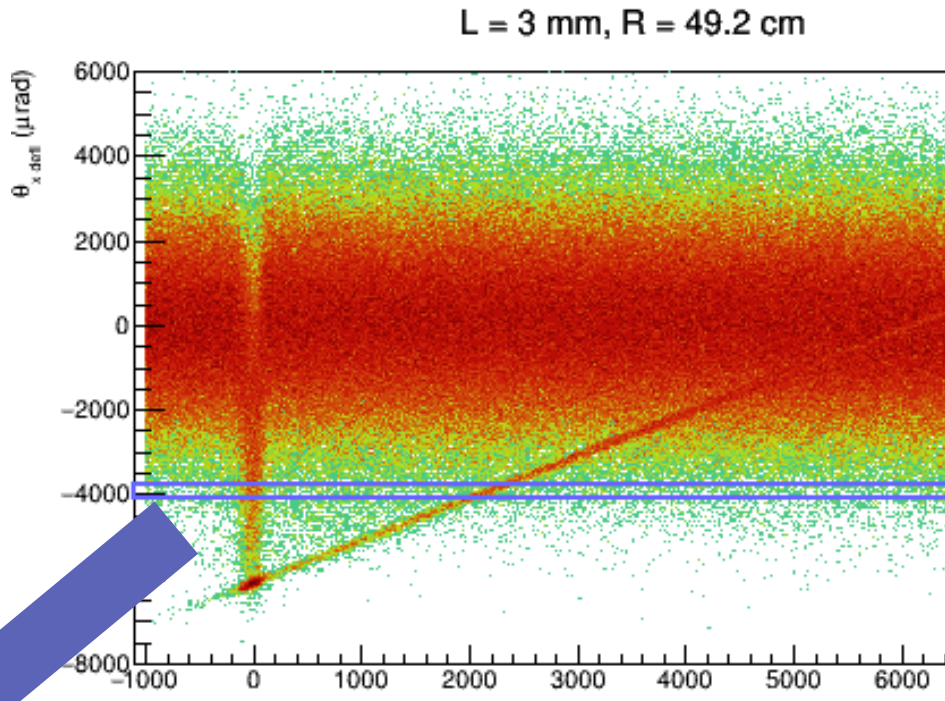


# 1 ГэВ протоны: СЦ-1000 (2023). 3 мм кристалл

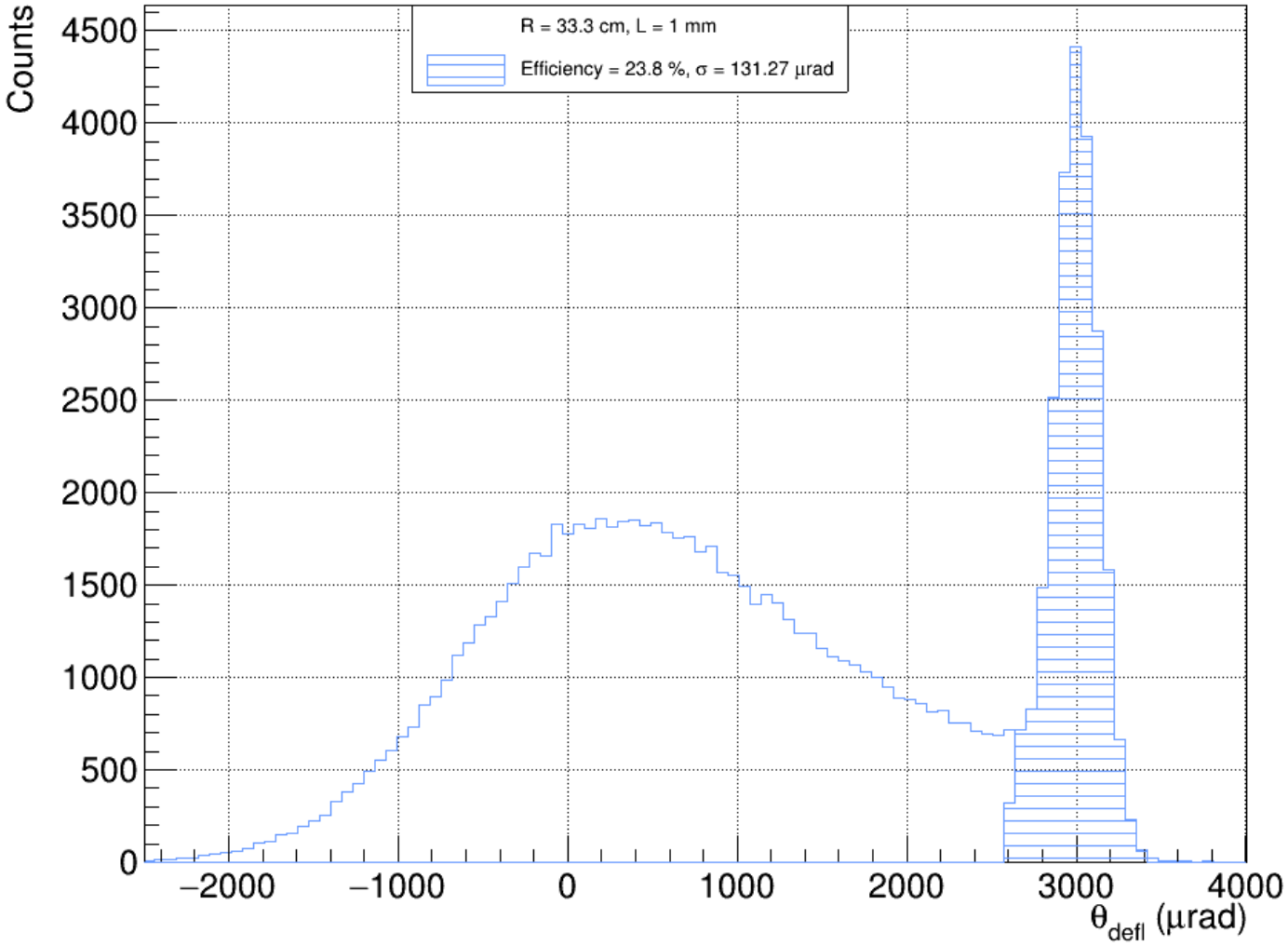
деканалированные частицы

объемно захваченные частицы



# Моделирование отклонения протонов 500 МэВ




500 МэВ: ε = 24 %

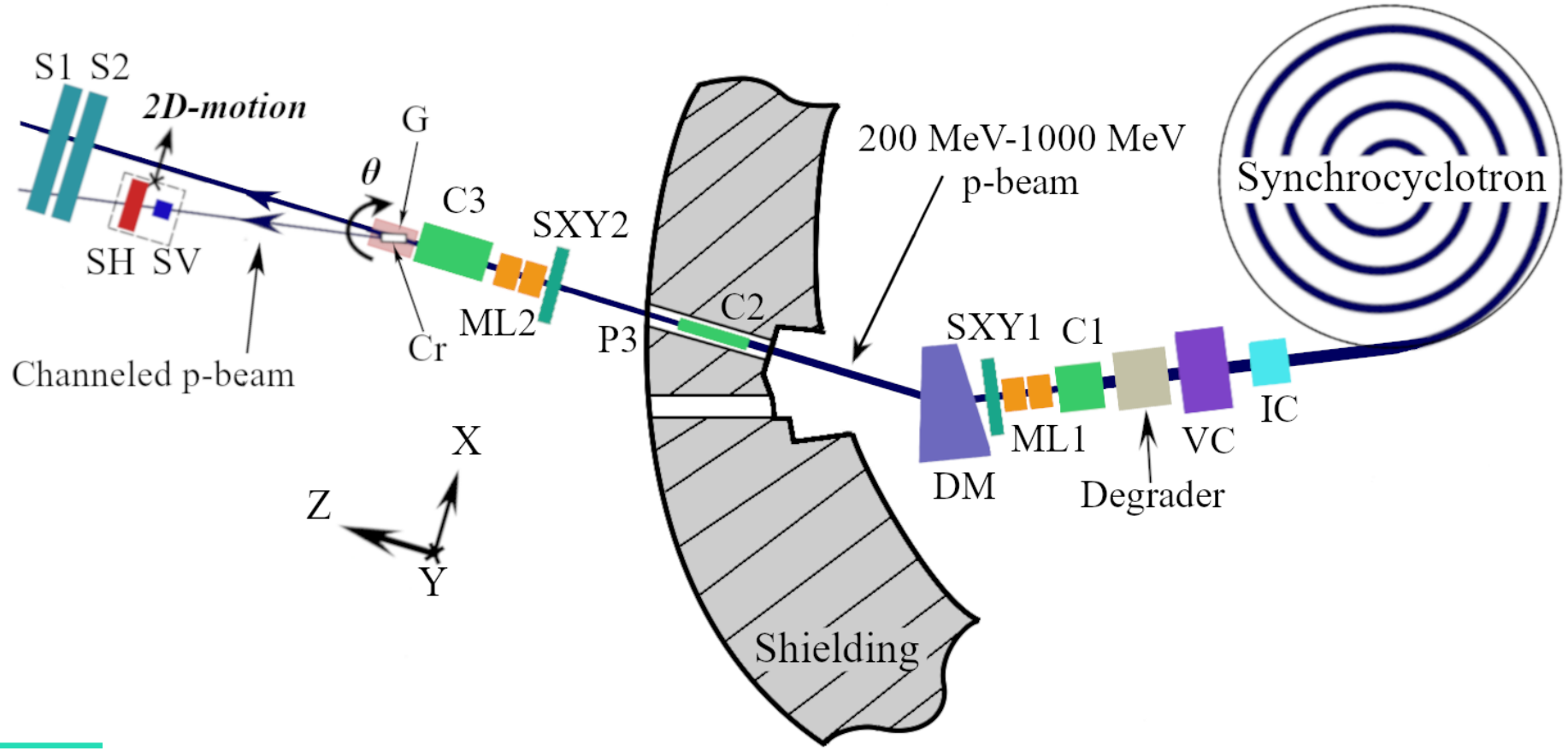
Si (110), L = 1 мм, R = 33.3 см, расходимость 161 мкрад.

Отклонение протонов промежуточных энергий изогнутым кристаллом возможно с эффективностью 15–25 % с учетом оптимизации длины и радиуса

# Оценки: протоны 200–500 МэВ

- Пучки 200–500 МэВ – область адронной медицины
- С уменьшением энергии растет угол Линдхарада
- Длина деканалирования уменьшается → нужны короткие кристаллы

| T, МэВ | $\theta_L$, мкрад |
|---|---|
| **200** | 340 |
| **300** | 290 |
| **500** | 230 |
| **1000** | 170 |



# Заключение

- Разработана программа MCFC (C++, ROOT) для моделирования прохождения заряженных частиц через прямые и изогнутые кристаллы Si (110), (111) методом Монте-Карло
- Логарифмический член в формуле рассеяния зафиксирован по полной длине кристалла → результат не зависит от шага расчета при сохранении точности формулы
- Учитывается реальная геометрия: седловидная поверхность, рассеяние на остаточном газе
- Согласие с экспериментами при 1, 70, 180 и 400 ГэВ (ПИЯФ, ИФВЭ, ЦЕРН) в пределах погрешностей, для кристаллов от 30 мкм до 23 мм
- Программа применяется при подготовке экспериментов и проведении анализа данных