

Polarization effects in the elastic $\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}$ process

Mikhail Galynskii

Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny
BAS, Minsk, Belarus

Joint HEPD - TPD seminar, NRC KI - PNPI

Minsk – St. Petersburg

25 September 2025

Rosenbluth Method or Rosenbluth Technique (RT)

The Rosenbluth method for measuring of the electric (G_E) and magnetic (G_M) proton form factors (so-called Sachs form factors) ratio is based on the measurements of the Rosenbluth cross section of the elastic process

$$e(p_1) + p(q_1) \rightarrow e(p_2) + p(q_2).$$

In the one-photon exchange approximation in the laboratory reference frame, $q_1 = (m, \vec{0})$ and $m_e = 0$, that is [1]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1 + \tau_p} \left(G_E^2 + \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2 \right), \quad (1)$$

$$G_E = F_1 - \tau_p F_2, \quad G_M = F_1 + F_2,$$

$$\varepsilon = (1 + 2(1 + \tau_p) \tan^2(\theta_e/2))^{-1},$$

$$G_E = G_M/\mu_p = G_D(Q^2) \approx (1 + Q^2/0.71)^{-2}, R \equiv \mu_p G_E/G_M \approx 1.$$

Here $\tau_p = Q^2/4m^2$, $Q^2 = -q^2 = 4E_1 E_2 \sin^2(\theta_e/2)$, $q = q_2 - q_1$,
 $\alpha = 1/137$ – fine structure constant, **ε is the degree of the linear (transverse) polarization of the virtual photon**, $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $\mu_p = 2.79$.

[1]. M. Rosenbluth, Phys. Rev. **79**, 615 (1950)

Feynman diagrams for the $ep \rightarrow ep$ process

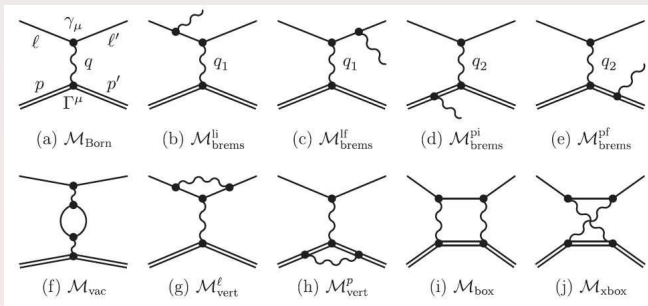


Рис. : 1. Feynman diagrams for the $ep \rightarrow ep$ process:

(a) corresponds to the one-photon exchange or first Born approximation.

(b)–(e) show the first-order bremsstrahlung process $\ell^{\pm}p \rightarrow \ell^{\pm}p\gamma$ in the cases when the photon is emitted by the initial-state lepton (b), final-state lepton (c), initial-state proton (d), or final-state proton (e).

(f)–(j) represent the processes contributing to the virtual-photon corrections: the vacuum polarization correction (f), the lepton (g) and proton (h) vertex corrections, and the TPE corrections (i), (j).

Typically incorrect terminology in the literature

- [1] N. Dombey, Rev. Mod. Phys. **41**, 236 (1969).
- [2] A. Akhiezer, M. Rekalo, Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **4**, 662 (1973).
- [3] М. В. Галынский, М. И. Левчук, ЯФ **60** (11), 2028 (1997).
- [4] M. J. Alguard *et al.* Phys. Rev. Lett. **37**, 1261 (1976).
- [5] G. I. Gakh, E. Tomasi-Gustafsson, Nucl. Phys. A **799**, 127 (2008).
- [6] N. Korchagin, and A. Radzhabov, arXiv: 2106.06883v1 [nucl-th].
- [7] F. Gil-Dominguez *et al.*, Phys. Rev. **D 108**, 074026 (2023).
- [8] I. Qattan, J. Arrington, A. Alsaad, Phys. Rev. C **91**, 065203 (2015):
“ ϵ is the virtual photon longitudinal polarization parameter”.

In [4]: If the scattering is described by the one-photon exchange approximation, then for unpolarized electrons the virtual photons are linearly polarized, whereas for polarized electrons the photons are elliptically polarized (1976).

In [5]: Let us introduce another set of kinematical variables: Q^2 , and the degree of the linear polarization of the virtual photon, ϵ (2008).

In [6]: ϵ is often erroneously called in literature as a degree of longitudinal polarization. In fact, it is a degree of linear polarization (2021).

[9] I. A. Qattan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 142301 (2005).

The Rosenbluth formula in the arbitrary reference frame

The Rosenbluth formula in the arbitrary reference frame read as [1,2]:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 d\Omega}{4I^2} \frac{1}{1 + \tau_p} (G_E^2 Y_I + \tau_p G_M^2 Y_{II}) \frac{1}{q^4} , \quad (2)$$

$$Y_I = (p_+ q_+)^2 + q_+^2 q^2, \quad Y_{II} = (p_+ q_+)^2 - q_+^2 (q^2 + 4m_0^2), \\ p_+ = p_1 + p_2, \quad q_+ = q_1 + q_2, \quad I^2 = (p_1 q_1)^2 - m_0^2 m^2.$$

In Mandelstam variables:

$$s = (p_1 + q_1)^2, \quad t = (q_2 - q_1)^2, \quad u = (q_2 - p_1)^2, \\ Y_I = (s - u)^2 + (4m^2 - t)t, \quad Y_{II} = (s - u)^2 - (4m^2 - t)(t + 4m_0^2).$$

[1]. A.I. Akhiezer and V.B. Berestetsky, Quantum Electrodynamics, Nauka, Moscow, 1969, in Russian, eq.(34.3.3), page 475.

[2] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, *Course of Theoretical Physics, Vol. 4: QED*, Nauka, Moscow, 1989 eq.(139.4), page 700.

My question to the audience

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1 + \tau_p} \left(G_E^2 + \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2 \right).$$

$$G_E = F_1 - \tau_p F_2, \quad G_M = F_1 + F_2, \quad \tau_p = Q^2/4m^2.$$

There is a question: **What is the physical meaning of the decomposition of the Rosenbluth formula into two terms containing only the squares of the Sachs form factors?**

It is usually stated in the modern literature, in particular, in textbooks on the physics of elementary particles [1], that the Sachs form factors are simply convenient because they allow the representation of the Rosenbluth formula in the simple and compact form of the sum of two terms containing only G_E^2 and G_M^2 . These formal reasons for advantages of the Sachs form factors are included, in particular, in known monographs [2,3], are not criticized, and are reproduced until now, e.g., in dissertation [4].

[1] F. Halzen and A. Martin, *Quarks and Leptons*, 1984.

[2] A. I. Akhiezer and V. B. Berestetskii, *QED*, Nauka, Moscow, 1969.

[3] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii,
Course of Theoretical Physics, Vol. 4: QED, Nauka, Moscow, 1989.

[4] A. J. R. Puckett, Thesis, arXiv: nucl-ex/1508.01456v1.

Polarization transfer (PT) method of Akhiezer and Rekalo

In paper [1] A.I. Akhiezer and M.P. Rekalo proposed a method for measuring of the Sachs form factors ratio in the reaction $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$

$$e(p_1, s_e) + p(q_1) \rightarrow e(p_2) + p(q_2, s_p).$$

Their method relies on the phenomenon of polarization transfer from the longitudinally polarized initial electron to the final proton and requires measurement of the spin-dependent cross section. This method is called by the polarization transfer (PT) method. In paper [1] was shown that the ratio of the degrees of longitudinal (P_l) and transverse (P_t) polarizations of the scattered proton has the form

$$\frac{P_l}{P_t} = -\frac{G_M}{G_E} \frac{E_{e1} + E_{e2}}{2m} \tan \frac{\theta_e}{2}.$$

[1] A. Akhiezer, M. Rekalo, Fiz.Elem.Chast.Atom.Yadra **4**, 662 (1973).

Discrepancy between RT and PT JLab-experiments

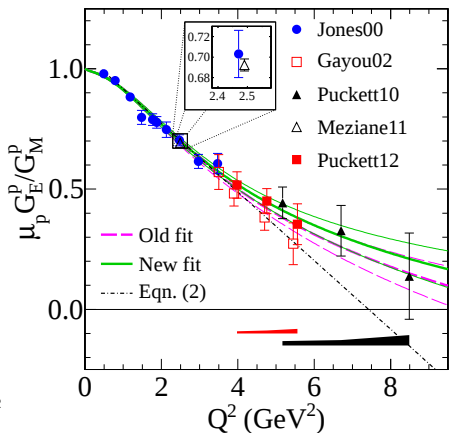
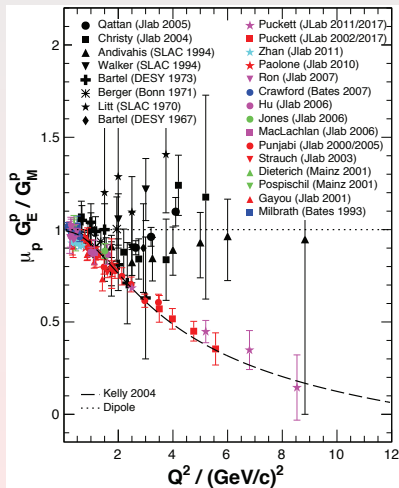


Рис. : 2. The world data on the proton form factor ratio, $\mu_p G_E / G_M$. Black symbols – TR (without TPE correction), color symbols – method AR.

$$R \equiv \mu_p G_E / G_M \approx 1 - 0.13 (Q^2 - 0.04) \approx 1 - \frac{1}{8} Q^2.$$

3-th Method: $\mu_p G_E / G_M$ from double spin asymmetry

In the experiment [1], the ratio of R were extracting by the method [2] from the results of measurements of double spin asymmetry in the process

$$e(p_1, s_{e1}^{\parallel}) + p(q_1, s_{p1}^{\perp}) \rightarrow e(p_2) + p(q_2)$$

$E_1=4.725$ (5.895) GeV, $Q^2=2.06$ (5.66) GeV^2 , $P_t \approx 70$ %, $P_e \approx 73$ %.

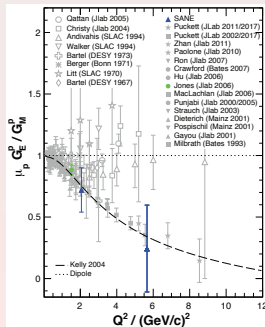


Рис. : 3. Ratio R were extracting in [1] by the method [2] from the results of measurements of double spin asymmetry in the $\vec{e}\vec{p} \rightarrow ep$ process.

[1] A.Liyanage et. al. (SANE Collab.), Phys.Rev.C **101**, 035206 (2020).

[2] T.W.Donnely and A.S. Raskin, Annals of Physics **169**, 247 (1986).

Present status of the question

In order to resolve this contradiction, it was assumed that the discrepancy in question may be caused by disregarding, in the respective analysis, the contribution of two-photon exchange (TPE) [1,2]:

[1] P. Guichon, M. Vanderhaeghen, PPL. **91**, 142303 (2003).

[2] P. Blunden, W. Melnitchouk, J. A. Tjon, PRL. **91**, 142304 (2003).

At the present time, three experiments aimed at studying the contribution of TPE are known:

1. experiment at the VEPP-3 storage ring in Novosibirsk,
2. the EG5 CLAS experiment at JLab,
3. the OLYMPUS experiment at the DORIS accelerator at DESY.

[exp1] I. A. Rachek, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 114 (2015) 062005.

[exp2] D. Adikaram *et al.*, Phys. Rev. Lett., 114 (2015) 062003.

[exp3] B. S. Henderson *et al.*, Phys. Rev. Lett. 118 (2017) 092501.

Reanalysis of three experiments taking into account TPE [1]

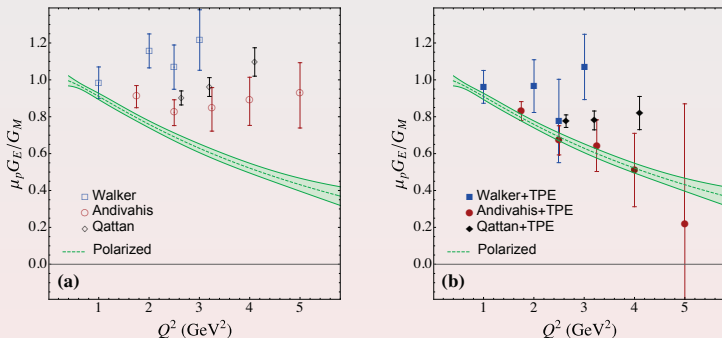


Рис. : 4. (a) $\mu_p G_E / G_M$, versus Q^2 , extracted using PT and RT separation in experiments Walker1994, Andivahis1994, Qattan2005. (b) The ratio $\mu_p G_E / G_M$ extracted from a reanalysis of the RT data using improved standard RCs together with the TPE effects from [1].

- [1] J. Ahmed, P. Blunden, W. Melnitchouk, PRC **102**, 045205 (2020).
- [2] I. A. Qattan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 142301 (2005).
- [3] M. Christy *et al.* PRL **128**, 102002 (2022) ($E = 10.6$, $Q^2 = 15.8$).
- [4] M. V. Galynskii, Phys. Part. Nucl. Lett. **19**, 26 (2022).

Elastic processes $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$, $e\vec{p} \rightarrow \vec{e}p$, $\vec{e}\vec{p} \rightarrow ep$

$e(p_1) + p(q_1, s_{p_1}) \rightarrow e(p_2) + p(q_2, s_{p_2})$, published in [2 – 7],

$$\alpha = q_2/q_{20} - q_1/q_{10} \quad (\text{F. I. Fedorov 1970 [1]}). \quad (3)$$

For the process (3), in the frame, where $q_1 = (m, \mathbf{0})$, $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{p_1} = \mathbf{c}_{p_2} = \mathbf{n}_{p_2} = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|.$$

$e(p_1) + p(q_1, s_{p_1}) \rightarrow e(p_2, s_{e_2}) + p(q_2)$, published in [8, 9]

$e(p_1, s_{e_1}) + p(q_1, s_{p_1}) \rightarrow e(p_2) + p(q_2)$, published in [8, 9]

[1] F. I. Fedorov, Theor. Math. Phys. **2**, 248 (1970).

[2] M. V. Galynskii, E. Kuraev, Yu. Bystritskiy, JETP Lett. **88**, 481 (2008).

[3] M. V. Galynskii, JETP Lett. **109**, 1 (2019).

[4] M. V. Galynskii and R. E. Gerasimov, JETP Lett. **110**, 646 (2019).

[5] M. V. Galynskii, JETP Lett. **113**, 555 (2021).

[6] M. V. Galynskii, Phys. Part. Nucl. Lett. **19**, 26 (2022).

[7] M. V. Galynskii, JETP Lett. **116**, 420 (2022).

[8] M. V. Galynskii, Y. Bystritskiy *et al.*, Phys. Rev. D **108**, 096032 (2023).

[9] M. V. Galynskii, V. V. Bytev *et al.*, Phys. Rev. D **110**, 096017 (2024).

Helicity spin bases (spin quantization axis $\vec{c} = \vec{p}/|\vec{p}|$)

The spin 4-vector $s = (s_0, \mathbf{s})$ of the fermion with 4-momentum p ($p^2 = m^2$) satisfying the conditions $sp = 0$ and $s^2 = -1$, is given by

$$s = (s_0, \mathbf{s}), \quad s_0 = \frac{\mathbf{c} \cdot \mathbf{p}}{m}, \quad \mathbf{s} = \mathbf{c} + \frac{(\mathbf{c} \cdot \mathbf{p}) \mathbf{p}}{m(p_0 + m)}, \quad (4)$$

where $\mathbf{c}$ ($c^2 = 1$) is the axis of spin quantization. If the 4-vector s is known, then the spin quantization axis $\mathbf{c}$ is given by

$$\mathbf{c} = \mathbf{s} - \frac{s_0}{p_0 + m} \mathbf{p}, \quad (5)$$

At present, the most popular in high-energy physics is the helicity basis [1], in which the spin quantization axis is directed along the momentum of the particle ($\mathbf{c} = \mathbf{n} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$), while the spin 4-vector (4) defined as

$$s = (s_0, \mathbf{s}) = (|\mathbf{v}|, v_0 \mathbf{n}),$$

where $v = (v_0, \mathbf{v})$, $v = p/m$, $v^2 = 1$.

[1] M. Jacob and G. Wick, Ann. Phys. **7**, 404 (1959).

Diagonal spin bases for the $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ process [1, 2]

$$e(p_1) + p(q_1, s_{p_1}) \rightarrow e(p_2) + p(q_2, s_{p_2}), \quad (6)$$

where $p_1^2 = p_2^2 = m_0^2 = m_e^2$, $q_1^2 = q_2^2 = m^2$.

$$\mathbf{a} = \mathbf{q}_2/q_{20} - \mathbf{q}_1/q_{10} \quad (\text{F. I. Fedorov 1970 [1]})$$

$$s_{p_1} = \frac{m^2 q_2 - (q_1 q_2) q_1}{m \sqrt{(q_1 q_2)^2 - m^4}}, \quad s_{p_2} = \frac{(q_1 q_2) q_2 - m^2 q_1}{m \sqrt{(q_1 q_2)^2 - m^4}}. \quad (7)$$

In the frame, where $q_1 = (m, \mathbf{0})$, $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$, 4-vectors (7) reduces to

$$s_{p_1} = (0, \mathbf{n}_2), \quad s_{p_2} = (|\mathbf{v}_2|, v_{20} \mathbf{n}_2), \quad \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|, \quad (8)$$

where $v_2 = (v_{20}, \mathbf{v}_2) = q_2/m$.

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{p_1} = \mathbf{c}_{p_2} = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|. \quad (9)$$

In high-energy limit at $q_{10}, q_{20} \gg m$, spin 4-vectors s_{p_1}, s_{p_2} (7) are

$$s_{p_1} = -\frac{q_1}{m}, \quad s_{p_2} = \frac{q_2}{m}. \quad (10)$$

[1] F. I. Fedorov, Theor. Math. Phys. **2**, 248 (1970).

[2] S. M. Sikach, Vestsi AN BSSR, ser.fiz.-mat.nauk **2**, 84 (1984).

Diagonal spin bases for the $\vec{e}p \rightarrow \vec{e}p$ process

$$e(p_1, s_{e_1}) + p(q_1) \rightarrow e(p_2, s_{e_2}) + p(q_2), \quad (11)$$

where $p_1^2 = p_2^2 = m_0^2$, $q_1^2 = q_2^2 = m^2$,

$$\mathbf{a} = \mathbf{p}_2/p_{20} - \mathbf{p}_1/p_{10} \quad (\text{F. I. Fedorov 1970 [1]}).$$

$$s_{e_1} = \frac{m_0^2 p_2 - (p_1 p_2) p_1}{m_0 \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_0^4}}, \quad s_{e_2} = \frac{(p_1 p_2) p_2 - m_0^2 p_1}{m_0 \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_0^4}}. \quad (12)$$

In the frame, where $p_1 = (m_0, \mathbf{0})$, $p_2 = (p_{20}, \mathbf{p}_2)$

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{e_1} = \mathbf{c}_{e_2} = \mathbf{n}_{e_2} = \mathbf{p}_2/|\mathbf{p}_2|. \quad (13)$$

In high-energy limit at $p_{10}, p_{20} \gg m_0$, spin 4-vectors s_{p_1}, s_{p_2} (12) are

$$s_{e_1} = -\frac{p_1}{m_0}, \quad s_{e_2} = \frac{p_2}{m_0}. \quad (14)$$

[1] F. I. Fedorov, Theor. Math. Phys. **2**, 248 (1970).

Diagonal spin bases for the $e\vec{p} \rightarrow \vec{e}p$ process [2,3]

$$e(p_1) + p(q_1, s_{p_1}) \rightarrow e(p_2, s_{e_2}) + p(q_2), \quad (15)$$

where $p_1^2 = p_2^2 = m_0^2 = m_e^2$, $q_1^2 = q_2^2 = m^2$.

$$\mathbf{a} = \mathbf{p}_2/p_{20} - \mathbf{q}_1/q_{10} \quad (\text{F. I. Fedorov 1970 [1]}).$$

$$s_{p_1} = \frac{m^2 p_2 - (q_1 p_2) q_1}{m \sqrt{(q_1 p_2)^2 - m^2 m_0^2}}, \quad s_{e_2} = \frac{(q_1 p_2) p_2 - m_0^2 q_1}{m_0 \sqrt{(q_1 p_2)^2 - m^2 m_0^2}}. \quad (16)$$

In the frame, where $q_1 = (m, \mathbf{0})$, $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$, 4-vectors (16) reduces to

$$s_{p_1} = (0, \mathbf{n}_{e_2}), \quad s_{e_2} = (|\mathbf{v}_{e_2}|, v_{e_{20}} \mathbf{n}_{e_2}),$$

where $\mathbf{n}_{e_2} = \mathbf{p}_2/|\mathbf{p}_2|$, $v_{e_2} = (v_{e_{20}}, \mathbf{v}_{e_2}) = p_2/m_0$, $v_{e_2}^2 = 1$.

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{p_1} = \mathbf{c}_{e_2} = \mathbf{n}_{e_2} = \mathbf{p}_2/|\mathbf{p}_2|. \quad (17)$$

In high-energy limit (at $p_{10}, p_{20} \gg m_0$), spin 4-vectors s_{p_1}, s_{e_2} (16) are

$$s_{p_1} = \frac{m^2 p_2 - (q_1 p_2) q_1}{m(q_1 p_2)}, \quad s_{e_2} = \frac{p_2}{m_0}. \quad (18)$$

[1] F. I. Fedorov, Theor. Math. Phys. **2**, 248 (1970).

[2] M. V. Galynskii, Y. Bystritskiy *et al.*, Phys.Rev.D **108**, 096032 (2023).

[3] M. V. Galynskii, V.V. Bytev *et al.*, Phys.Rev. D **110**, 096017 (2024).

Diagonal spin bases for the $\vec{e}\vec{p} \rightarrow ep$ process [2,3]

$$e(p_1, s_{e_1}) + p(q_1, s_{p_1}) \rightarrow e(p_2) + p(q_2) \quad (19)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{p}_1/p_{10} - \mathbf{q}_1/q_{10} \quad (\text{F. I. Fedorov 1970 [1]}).$$

$$s_{p_1} = \frac{m^2 p_1 - (q_1 p_1) q_1}{m \sqrt{(q_1 p_1)^2 - m^2 m_0^2}}, \quad s_{e_1} = \frac{(q_1 p_1) p_1 - m_0^2 q_1}{m_0 \sqrt{(q_1 p_1)^2 - m^2 m_0^2}}. \quad (20)$$

In the frame, where $q_1 = (m, \mathbf{0})$, the spin 4-vectors (20) reduces to

$$s_{p_1} = (0, \mathbf{n}_{e_1}), \quad s_{e_1} = (|\mathbf{v}_{e_1}|, v_{e_{10}} \mathbf{n}_{e_1}), \quad \mathbf{n}_{e_1} = \mathbf{p}_1/|\mathbf{p}_1|.$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{p_1} = \mathbf{c}_{e_1} = \mathbf{n}_{e_1} = \mathbf{p}_1/|\mathbf{p}_1|. \quad (21)$$

In the ultrarelativistic limit, when the electron mass can be neglected (i.e. at $p_{10}, p_{20} \gg m_0$), the spin 4-vectors (20) reduces to

$$s_{e_1} = \frac{p_1}{m_0}, \quad s_{p_1} = \frac{m^2 p_1 - (q_1 p_1) q_1}{m (q_1 p_2)}. \quad (22)$$

[1] F. I. Fedorov, Theor. Math. Phys. **2**, 248 (1970).

[2] M. V. Galynskii, Y. Bystritskiy *et al.*, Phys.Rev.D **108**, 096032 (2023).

[3] M. V. Galynskii, V.V. Bytev *et al.*, Phys.Rev. D **110**, 096017 (2024).

[4] D. Bardin *et al.*, Nucl. Phys. B **506**, 295 (1997).

Matrix element of the $ep \rightarrow ep$ process

In Born approximation the matrix elements of the $ep \rightarrow ep$ process

$$\begin{aligned} M_{ep \rightarrow ep} &= 4\pi\alpha T_{ep}/q^2, \\ T_{ep} &= (J_e)^\mu (J_p)_\mu. \end{aligned} \quad (23)$$

Lepton $(J_e)^\mu$ and proton $(J_p)_\mu$ currents read:

$$\begin{aligned} (J_e)^\mu &= \bar{u}(p_2)\gamma^\mu u(p_1), \\ (J_p)_\mu &= \bar{u}(q_2)\Gamma_\mu(q^2)u(q_1), \\ \Gamma_\mu(q^2) &= F_1\gamma_\mu + \frac{F_2}{4m}(\hat{q}\gamma_\mu - \gamma_\mu\hat{q}), \end{aligned} \quad (24)$$

here $u(p_i) \equiv u^{\delta_{e_i}}(p_i, s_{e_i})$ and $u(q_i) \equiv u^{\delta_{p_i}}(q_i, s_{p_i})$ are electron and proton bispinors that depend on 4-momentum p_i and q_i respectively, $p_i^2 = m_0^2$, $q_i^2 = m^2$, $\bar{u}(p_i)u(p_i) = 2m_0$, $\bar{u}(q_i)u(q_i) = 2m$ ($i = 1, 2$); F_1 and F_2 are Dirac and Pauli formfactors; $q = q_- = q_2 - q_1$ is proton transferred momentum, $\hat{q} = \gamma_\mu q^\mu$ and γ_μ are Dirac matrix. It is well known that Sach formfactors G_E and G_M could be expressed through Pauli and Dirac formfactors:

$$G_E = F_1 - \tau_p F_2, \quad G_M = F_1 + F_2, \quad \tau_p = -q^2/4m^2.$$

Differential cross section of the $ep \rightarrow ep$ process

Differential cross section of the $ep \rightarrow ep$ process has the form

$$\frac{d\sigma_{ep \rightarrow ep}}{dt} = \frac{\pi\alpha^2}{\lambda_s} \frac{|T_{ep}|^2}{t^2}. \quad (25)$$

where $\lambda_s = (s - (m + m_0)^2)(s - (m - m_0)^2)$ – is the Källén function, expressed in terms of Mandelstam variables:

$$s = (p_1 + q_1)^2, \quad t = (q_2 - q_1)^2, \quad u = (q_2 - p_1)^2. \quad (26)$$

Величину $|T_{ep}|^2$ в (25) можно свести к произведению тензоров

$$|T_{ep}|^2 = H_{\mu\nu} L^{\mu\nu}, \quad (27)$$

где $L^{\mu\nu}$ ($H_{\mu\nu}$) – произведение электронных (протонных) токов:

$$L^{\mu\nu} = (J_e)^\mu (J_e^*)^\nu, \quad H_{\mu\nu} = (J_p)_\mu (J_p^*)_\nu, \quad (28)$$

символ «*» обозначает комплексное сопряжение.

Лептонный и адронный тензоры, $L^{\mu\nu}$ и $H_{\mu\nu}$

В стандартном подходе вычисление тензоров $L^{\mu\nu}$ и $H_{\mu\nu}$ сводится к нахождению шпура от произведения дираковских операторов:

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} &= \text{Tr}(\tau_{e_2} \gamma^\mu \tau_{e_1} \gamma^\nu), \\ H_{\mu\nu} &= \text{Tr}(\tau_{p_2} \Gamma_\mu \tau_{p_1} \bar{\Gamma}_\nu). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь τ_{e_i} и τ_{p_i} ($i = 1, 2$) – поляризационные матрицы плотности электронов и протонов (δ_{e_i} и δ_{p_i} – их степени поляризации):

$$\begin{aligned} \tau_{e_i} &= (\hat{p}_i + m_0)(1 - \delta_{e_i} \gamma^5 \hat{s}_{e_i})/2, \\ \tau_{p_i} &= (\hat{q}_i + m)(1 - \delta_{p_i} \gamma^5 \hat{s}_{p_i})/2. \end{aligned} \quad (30)$$

В работе наряду со стандартным подходом для расчета тензоров $L^{\mu\nu}$ и $H_{\mu\nu}$ был использован и другой более эффективный способ, основанный на методе вычисления МЭ процессов КЭД в ДСБ [1].

$$L^{\mu\nu} = (J_e)^\mu (J_e^*)^\nu, \quad H_{\mu\nu} = (J_p)_\mu (J_p^*)_\nu.$$

[1] М.В. Галынский, С.М. Сикач, ЭЧАЯ **29** (5), 1133 (1998).

Матричные элементы протонного тока в ДСБ

Матричные элементы протонного тока в ДСБ имеют вид: [1]

$$(J_p)_\mu^{+\delta_{p1}, \delta_{p1}} = 2m \textcolor{red}{G}_E(b_0)_\mu, \quad (31)$$

$$(J_p)_\mu^{-\delta_{p1}, \delta_{p1}} = -2m \delta_{p1} \sqrt{\tau_p} \textcolor{red}{G}_M(b_{\delta_{p1}})_\mu, \quad (32)$$

где G_E и G_M – формфакторы Сакса:

$$G_E = F_1 - \tau_p F_2, \quad G_M = F_1 + F_2, \quad \tau_p = Q^2/4m^2,$$

$(b_{\delta_{p1}})_\mu = (b_1)_\mu + i\delta_{p1}(b_2)_\mu$ – круговой 4-вектор, образованный из ортов b_1 и b_2 тетрады b_A (33), $A = 0, 1, 2, 3$, $b_{\delta_{p1}}^2 = 0$, $\delta_{p1} = \pm 1$,

$$b_0 = q_+ / \sqrt{q_+^2}, \quad b_3 = q_- / \sqrt{-q_-^2}, \quad q_\pm = q_2 \pm q_1, \quad (33)$$

$$(b_2)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} b_0^\nu b_3^\kappa r^\sigma / \rho, \quad (b_1)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} b_0^\nu b_3^\kappa b_2^\sigma.$$

Соотношения полноты и нормировки

$$b_{0\mu} b_{0\nu} - b_{1\mu} b_{1\nu} - b_{2\mu} b_{2\nu} - b_{3\mu} b_{3\nu} = g_{\mu\nu},$$

$$b_0^2 = -b_1^2 = -b_2^2 = -b_3^2 = 1.$$

Helicity-conserving (F_1) and the helicity-flipped (F_2) FF ???

[1]. Long-Bin Chen, *et al.*, <https://arxiv.org/abs/2406.19994v3>.

$$\langle q_2 | j_{\text{em}}^\mu | q_1 \rangle = \overline{N} \left[F_1(Q^2) \gamma^\mu - F_2(Q^2) \frac{i \sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_N} \right] N, \quad (34)$$

The scalar functions F_1 and F_2 are referred to as the helicity-conserving Dirac form factor, and the helicity-flipped Pauli form factor, respectively.

За переходы протона без переворота спина (с изменением знака спиральности) отвечает формфактор G_E , но не F_2 , а за переходы с переворотом спина (с сохранением спиральности) отвечает формфактор G_M , но не F_1 .

$$\Gamma^\mu = G_M(Q^2) \gamma^\mu - \frac{(q_1 + q_2)^\mu}{2m_N} F_2(Q^2). \quad (35)$$

[2]. B. Pire, K.S-T-S, *et al.*, <https://arxiv.org/pdf/2506.04961>.

Амплитуды протонного тока в Системе Брейта

In the Breit system $q_1 = (q_0, -\mathbf{q})$ and $q_2 = (q_0, \mathbf{q})$, $q = (0, 2\mathbf{q})$.

$$(J_p^{-\lambda, \lambda})_\mu = 2m G_E(b_0)_\mu, (J_p^{\lambda, \lambda})_\mu = -2\lambda |\mathbf{q}| G_M(b_\lambda)_\mu, \quad (36)$$

where m is the proton mass, $2|\mathbf{q}| = \sqrt{Q^2}$, $b_\lambda = b_1 + i\lambda b_2$, $\lambda = \pm 1$,

$(b_0)^\mu = (1, 0, 0, 0)$, $(b_1)^\mu = (0, 1, 0, 0)$, $(b_2)^\mu = (0, 0, 1, 0)$, $(b_3)^\mu = (0, 0, 0, 1)$.

$$J_p^\mu = (\rho, \mathbf{J}), \rho = (J^{-\lambda, \lambda})_0, \mathbf{J} = \mathbf{J}^{\lambda, \lambda}$$

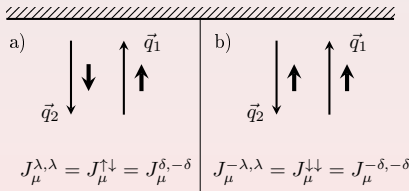


Рис. : 5. Система Брейта начального и конечного протонов, $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = 0$.

Длинные (короткие) стрелки изображают импульсы (спины) протонов.

Рисунок (а) соответствует переходу с сохранением спиральности

($\lambda_2 = \lambda_1 = +1$), при этом спин у протона переворачивается. Рисунок (б)

соответствует переходу протона с изменением знака спиральности

($\lambda_1 = +1, \lambda_2 = -1$), при котором спин протона не переворачивается.

Структура спиновой зависимости $|M(\delta_1, \delta_2)|^2$

$$M(\delta_1, \delta_2) \equiv M^{\pm\delta_2, \delta_1} = \bar{u}^{\pm\delta_2}(q_2) Q_{int} u^{\delta_1}(q_1). \quad (37)$$

Введем поляризационные множители $\omega_{\pm}$

$$\omega_+ = (1 + \delta_1 \delta_2)/2, \quad \omega_- = (1 - \delta_1 \delta_2)/2, \quad (38)$$

которые при $\delta_{1,2} = \pm 1$ обладают свойствами:

$$\omega_{\pm}^2 = \omega_{\pm}, \quad \omega_{\pm} \omega_{\mp} = 0. \quad (39)$$

Для матричных элементов (37) справедливы соотношения

$$M(\delta_1, \delta_2) = \omega_+ M^{+\delta_2, \delta_1} + \omega_- M^{-\delta_2, \delta_1}. \quad (40)$$

В силу свойств поляризационных множителей $\omega_{\pm}$ (39) имеем

$$|M(\delta_1, \delta_2)|^2 = \omega_+ |M^{+\delta_2, \delta_1}|^2 + \omega_- |M^{-\delta_2, \delta_1}|^2. \quad (41)$$

$$\overline{|M(\delta_1, \delta_2)|^2} = |M^{\uparrow\uparrow}|^2 + |M^{\downarrow\uparrow}|^2,$$

если $|M^{+,+}|^2 = |M^{-,-}|^2 = |M^{\uparrow\uparrow}|^2$, $|M^{-,+}|^2 = |M^{+,-}|^2 = |M^{\downarrow\uparrow}|^2$.

Адронный тензор в ДСБ

$$(J_p)_\mu^{\pm\delta_{p_2},\delta_{p_1}} = \omega_p^+(J_p)_\mu^{+\delta_{p_1},\delta_{p_1}} + \omega_p^-(J_p)_\mu^{-\delta_{p_1},\delta_{p_1}}, \quad (42)$$

$$(J_p^*)_\nu^{\pm\delta_{p_2},\delta_{p_1}} = \omega_p^+(J_p^*)_\nu^{+\delta_{p_1},\delta_{p_1}} + \omega_p^-(J_p^*)_\nu^{-\delta_{p_1},\delta_{p_1}}. \quad (43)$$

Здесь $\omega_p^\pm$ – поляризационные множители

$$\omega_p^\pm = (1 \pm \delta_{p_1}\delta_{p_2})/2, \quad (\omega_p^\pm)^2 = \omega_p^\pm, \quad \omega_p^\pm \omega_p^\mp = 0. \quad (44)$$

Перемножая токи $(J_p)_\mu$ и $(J_p^*)_\nu$ (42) и (43) и пользуясь свойствами множителей $\omega_p^\pm$ (44), для адронного тензора $H_{\mu\nu}$ получим:

$$H_{\mu\nu} = \omega_p^+ H_{\mu\nu}^{p,p} + \omega_p^- H_{\mu\nu}^{m,p}, \quad (45)$$

$$\begin{aligned} H_{\mu\nu}^{p,p} &= 4m^2 G_E^2 (b_0)_\mu (b_0)_\nu, \\ H_{\mu\nu}^{m,p} &= 4m^2 \tau_p G_M^2 \left(b_{0\mu} b_{0\nu} - b_{3\mu} b_{3\nu} - g_{\mu\nu} \right. \\ &\quad \left. + i\delta_{p_1} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (b_0)^\rho (b_3)^\sigma \right). \end{aligned} \quad (46)$$

Лептонный тензор в ДСБ

$$G_E \rightarrow 1, G_M \rightarrow 1, m \rightarrow m_0, b_0 \rightarrow a_0, \delta_{p_1} \rightarrow \delta_{e_1}, b_{\delta_{p_1}} \rightarrow a_{\delta_{e_1}}, \tau_p \rightarrow \tau_e.$$

$$(J_e)_\mu^{\delta_{e_1}, \delta_{e_1}} = 2m_0(a_0)_\mu, \quad (47)$$

$$(J_e)_\mu^{-\delta_{e_1}, \delta_{e_1}} = -2\delta_{e_1} m_0 \sqrt{\tau_e} (a_{\delta_{e_1}})_\mu, \quad (48)$$

где $\tau_e = -p_-^2/4m_0^2$, $a_{\delta_{e_1}} = a_1 + i\delta_{e_1} a_2$, $(a_{\delta_{e_1}})^2 = 0$, $\delta_{e_1} = \pm 1$.

Матричные элементы электронного тока в ДСБ

$$(J_e)_\mu^{\pm\delta_{e_2}, \delta_{e_1}} = \omega_e^+ (J_e)_\mu^{+\delta_{e_1}, \delta_{e_1}} + \omega_e^- (J_e)_\mu^{-\delta_{e_1}, \delta_{e_1}}, \quad (49)$$

$$\omega_e^\pm = (1 \pm \delta_{e_1} \delta_{e_2})/2, \quad (\omega_e^\pm)^2 = \omega_e^\pm, \quad \omega_e^\pm \omega_e^\mp = 0. \quad (50)$$

Используя свойства поляризационных множителей $\omega_e^\pm$, имеем:

$$L_{\mu\nu} = \omega_e^+ L_{\mu\nu}^{p,p} + \omega_e^- L_{\mu\nu}^{m,p}, \quad (51)$$

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}^{p,p} &= 4m_0^2 (a_0)_\mu (a_0)_\nu, \\ L_{\mu\nu}^{m,p} &= 4m_0^2 \tau_e (a_0)_\mu (a_0)_\nu - a_{3\mu} a_{3\nu} - g_{\mu\nu} \\ &\quad + i\delta_{e_1} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (a_0)^\rho (a_3)^\sigma. \end{aligned} \quad (52)$$

Дифференциальное сечение процесса $\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}$

$$\frac{d\sigma_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}}}{dt} = \frac{\pi\alpha^2}{\lambda_s} \frac{|T_{ep}|^2}{t^2}, \quad (53)$$

$$|T_{ep}|^2 = 4m^2(\omega_p^+ G_E^2 Z_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 Z_2), \quad (54)$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= \omega_e^+ Z_{11} + \omega_e^- Z_{12}, \\ Z_2 &= \omega_e^+ Z_{21} + \omega_e^- (Z_{22} + \delta_{e1} \delta_{p1} Z_{23}), \\ Z_{11} &= 4m_0^2 (a_0 b_0)^2, \quad Z_{12} = Q^2 ((a_0 b_0)^2 - 1), \end{aligned} \quad (55)$$

$$Z_{21} = 4m_0^2 ((a_0 b_0)^2 - 1), \quad Z_{22} = Q^2 ((a_0 b_0)^2 + 1), \quad (56)$$

$$Z_{23} = 2 Q^2 (a_0 b_0),$$

$$(a_0 b_0) = \frac{(p_+ q_+)}{\sqrt{p_+^2} \sqrt{q_+^2}}, \quad (a_0 b_0)^2 \pm 1 = \frac{(p_+ q_+)^2 \pm p_+^2 q_+^2}{p_+^2 q_+^2}.$$

$$Q^2 \gg 4m_0^2. \quad (57)$$

$$\begin{aligned} m_e &= 0.511 \text{ MeV}, \quad 4m_e^2 = 1.044 \cdot 10^{-6} \text{ GeV}^2, \\ m_\mu &= 106.66 \text{ MeV}, \quad 4m_\mu^2 = 4.5 \cdot 10^{-2} \text{ GeV}^2 \\ m_p &= 0.938 \text{ GeV}, \quad 4m_p^2 = 3.521 \text{ GeV}^2. \end{aligned} \quad (58)$$

Дифференциальное сечение процесса $\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}$

в терминах p_+^2 , (p_+q_+) , q_+^2 , $p_-^2 = q_-^2 = t = -Q^2$ имеет вид:

$$\frac{d\sigma_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}}}{dt} = \frac{\pi\alpha^2}{\lambda_s(1+\tau_p)} \frac{|T|^2}{t^2}, \quad (59)$$

$$|T|^2 = \omega_p^+ G_E^2 X_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 X_2, \quad (60)$$

$$X_1 = \omega_e^+ X_{11} + \omega_e^- X_{12}, \quad (61)$$

$$X_2 = \omega_e^+ X_{21} + \omega_e^- (X_{22} + \delta_{e_1} \delta_{p_1} X_{23}), \quad (62)$$

$$X_{11} = \alpha_1 (p_+q_+)^2, \quad X_{12} = \alpha_2 ((p_+q_+)^2 - p_+^2 q_+^2),$$

$$X_{21} = \alpha_1 ((p_+q_+)^2 - p_+^2 q_+^2), \quad X_{22} = \alpha_2 ((p_+q_+)^2 + p_+^2 q_+^2),$$

$$X_{23} = 2Q^2\beta(p_+q_+),$$

$$\omega_p^\pm = (1 \pm \delta_{p_1} \delta_{p_2})/2, \quad \omega_e^\pm = (1 \pm \delta_{e_1} \delta_{e_2})/2, \quad \tau_p = Q^2/4m^2,$$

$$\alpha_1 = \frac{4m_0^2}{p_+^2}, \quad \alpha_2 = \frac{Q^2}{p_+^2}, \quad \beta = \sqrt{\frac{q_+^2}{p_+^2}}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad Q^2 = -t,$$

$$p_+^2 = 4m_0^2 - t, \quad q_+^2 = 4m^2 - t = 4m^2(1 + \tau_p), \quad (p_+q_+) = s - u.$$

Двойные спиновые корреляции (массивный случай).

$$|T|_{e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}}^2 = \omega_p^+ G_E^2 Y_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 Y_2, \quad (63)$$

$$|T|_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow ep}^2 = G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 (Y_2 + \delta_{e1} \delta_{p1} Y_3), \quad (64)$$

$$|T|_{ep \rightarrow \vec{e}\vec{p}}^2 = (G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 (Y_2 + \delta_{e2} \delta_{p2} Y_3))/4, \quad (65)$$

$$|T|_{\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}}^2 = (G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 (Y_2 - \delta_{e1} \delta_{p2} Y_3))/2, \quad (66)$$

$$|T|_{e\vec{p} \rightarrow \vec{e}p}^2 = (G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 (Y_2 - \delta_{e2} \delta_{p1} Y_3))/2, \quad (67)$$

$$|T|_{\vec{e}p \rightarrow \vec{e}p}^2 = G_E^2 (\omega_e^+ X_{11} + \omega_e^- X_{12}) + \tau_p G_M^2 (\omega_e^+ X_{21} + \omega_e^- X_{22}).$$

$$|T|_{ep \rightarrow ep}^2 = G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 Y_2. \quad (68)$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= (p_+ q_+)^2 + q_+^2 q_-^2, \\ Y_2 &= (p_+ q_+)^2 - q_+^2 (q_-^2 + 4m_0^2), \\ Y_3 &= 2Q^2 \beta (p_+ q_+). \end{aligned} \quad (69)$$

В переменных Мандельштама функции Y_i $i = 1, 2, 3$) имеют вид:

$$\begin{aligned} Y_1 &= (s - u)^2 + (4m^2 - t) t, \\ Y_2 &= (s - u)^2 - (4m^2 - t)(t + 4m_0^2), \\ Y_3 &= -2t(s - u)\beta. \end{aligned} \quad (70)$$

Ультррелятивистский безмассовый случай

В случае, когда $p_{10}, p_{20} \gg m_0$, $Q^2 \gg 4m_0^2$ (УРП), имеем:

$$|T|_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}}^2 = \omega_e^- \left(\omega_p^+ G_E^2 Y_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 (Y_2 + \delta_{e_1} \delta_{p_1} Y_3) \right). \quad (71)$$

$$|T|_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}}^2 = \omega_{e_\lambda}^+ \left(\omega_p^+ G_E^2 Y_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 (Y_2 - \lambda_{e_1} \delta_{p_1} Y_3) \right), \quad (72)$$

где $\omega_{e_\lambda}^+ = (1 + \lambda_{e_1} \lambda_{e_2})/2$, λ_{e_1} , λ_{e_2} – спиральности электронов.

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}}}{dt} &= \frac{\pi\alpha^2}{\lambda_s(1 + \tau_p)} \omega_{e_\lambda}^+ \left(\omega_p^+ G_E^2 Y_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 (Y_2 - \lambda_{e_1} \delta_{p_1} Y_3) \right) \frac{1}{t^2}, \\ \frac{d\sigma_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}}}{dt} &= \frac{\pi\alpha^2}{4\lambda_s(1 + \tau_p)} \left(G_E^2 P_1 Y_1 + G_M^2 \tau_p [P_2 Y_2 + P_3 Y_3] \right) \frac{1}{t^2}, \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= (1 + \lambda_{e_1} \lambda_{e_2})(1 + \delta_{p_1} \delta_{p_2}), \\ P_2 &= (1 + \lambda_{e_1} \lambda_{e_2})(1 - \delta_{p_1} \delta_{p_2}), \\ P_3 &= -(\lambda_{e_1} + \lambda_{e_2})(\delta_{p_1} - \delta_{p_2}). \end{aligned} \quad (74)$$

Ультррелятивистский безмассовый случай

В переменных Мандельштама функции Y_i ($i = 1, 2, 3$) имеют вид:

$$\begin{aligned}Y_1 &= (s - u)^2 + (4m^2 - t)t, \\Y_2 &= (s - u)^2 - (4m^2 - t)t, \\Y_3 &= -2t(s - u)\beta, \\ \beta &= \sqrt{q_+^2/p_+^2}, \quad q_+^2 = 4m^2(1 + \tau_p), \quad p_+^2 = -t = Q^2.\end{aligned}\tag{75}$$

В УРП ($p_{10}, p_{20} \gg m_0$, $Q^2 \gg 4m_0^2$) в ЛСО функции Y_i (75) есть:

$$\begin{aligned}Y_1 &= 8m^2(2E_1E_2 - mE_-), \\Y_2 &= 8m^2(E_1^2 + E_2^2 + mE_-), \\Y_3 &= 8m^2\sqrt{\tau(1 + \tau)}2mE_+, \quad E_{\pm} = E_1 \pm E_2.\end{aligned}\tag{76}$$

$$|T|_{\vec{e}p \rightarrow \vec{e}p}^2 = G_E^2 (\omega_e^+ X_{11} + \omega_e^- X_{12}) + \tau_p G_M^2 (\omega_e^+ X_{21} + \omega_e^- X_{22}). \tag{77}$$

В УРП (когда $p_{10}, p_{20} \gg m_0$, $Q^2 \gg 4m_0^2$) имеем:

$$|T|_{\vec{e}p \rightarrow \vec{e}p}^2 = \omega_e^- |T_{ep \rightarrow ep}|^2 = \omega_{e\lambda}^+ |T_{ep \rightarrow ep}|^2, \tag{78}$$

$$\omega_e^- = (1 - \delta_{e1}\delta_{e2})/2, \quad \omega_{e\lambda}^+ = (1 + \lambda_{e1}\lambda_{e2})/2, \tag{79}$$

где λ_{e1} , λ_{e2} – спиральности электронов.

Differential cross section of the $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ process

$$e(p_1) + p(q_1, s_{p_1}) \rightarrow e(p_2) + p(q_2, s_{p_2}),$$

$$\frac{d\sigma_{e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}}}{dt} = \frac{\pi\alpha^2}{\lambda_s(1 + \tau_p)} (\omega_p^+ G_E^2 Y_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 Y_2) \frac{1}{q^4}. \quad (80)$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= (p_+ q_+)^2 + q_+^2 q_-^2, \\ Y_2 &= (p_+ q_+)^2 - q_+^2 (q_-^2 + 4m_0^2), \\ \omega_p^\pm &= (1 \pm \delta_{p_1} \delta_{p_2})/2, \end{aligned} \quad (81)$$

where λ_s is the Källén function, $p_+ = p_1 + p_2$, $q_\pm = q_2 \pm q_1$, $q_- = q$. Longitudinal polarization degree of the final proton has the form

$$P_r = P_t \frac{(R_\sigma - 1)}{(R_\sigma + 1)}, R_\sigma = \frac{|T^{\uparrow\uparrow}|^2}{|T^{\downarrow\uparrow}|^2} = \frac{Y_1 G_E^2}{\tau_p Y_2 G_M^2} = \frac{Y_1}{Y_2} \frac{R^2}{\tau_p \mu_p^2}, \quad (82)$$

$$R_\sigma = \frac{|T^{\uparrow\uparrow}|^2}{|T^{\downarrow\uparrow}|^2} = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{G_E^2}{G_M^2} = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{1}{\mu_p^2} R^2, \quad \varepsilon = \frac{Y_1}{Y_2}. \quad (83)$$

$$R^2 = \mu_p^2 \tau_p \frac{Y_2}{Y_1} \frac{1 + R_p}{1 - R_p}, \quad R_p = \frac{P_r}{P_t}, \quad P_t = \lambda_{p_1}, \quad P_r = \lambda_{p_2}^f \quad (84)$$

Метод передачи поляризации в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

Метод основан на использовании сечения процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ в ЛСО, в случае, когда $\mathbf{c} = \mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|$ ($m_e = 0$) [1,2]:

$$\frac{d\sigma_{e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}}}{d\Omega_e} = \omega_p^+ \sigma^{\uparrow\uparrow} + \omega_p^- \sigma^{\downarrow\uparrow}, \quad \omega_p^\pm = (1 \pm \delta_{p_1} \delta_{p_2})/2, \quad (85)$$

$$\sigma^{\uparrow\uparrow} = \sigma_M G_E^2, \quad \sigma^{\downarrow\uparrow} = \sigma_M \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2, \quad (86)$$

$$\sigma_M = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1 + \tau_p}.$$

Формула Розенблюта (1) в другом представлении:

$$\sigma_R = \sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\downarrow\uparrow}. \quad (87)$$

[1] М.В. Галынский, Письма в ЖЭТФ. **109** (1), 9 (2019).

[2] М.В. Галынский, Письма в ЖЭТФ. **113** (9), 579 (2021).

Параметризация отношения $\sigma_{\uparrow\uparrow}/\sigma_{\uparrow\downarrow}$ в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

Отношение сечений R_σ может быть выражено через $R \equiv \mu G_E/G_M$:

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\uparrow\uparrow}}{\sigma_{\uparrow\downarrow}} = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{G_E^2}{G_M^2} = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{R^2}{\mu_p^2}. \quad (88)$$

Поляризационная асимметрия A :

$$A = \frac{\sigma^{\uparrow\uparrow} - \sigma^{\downarrow\uparrow}}{\sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\downarrow\uparrow}} = \frac{R_\sigma - 1}{R_\sigma + 1}. \quad (89)$$

В случае дипольной зависимости $R = R_d = 1$, при ее нарушении использованы две параметризации ($R = R_j$) [1] и ($R = R_k$) [2]:

$$R_d = 1, \\ R_j = \frac{1}{1 + 0.1430 Q^2 - 0.0086 Q^4 + 0.0072 Q^6}. \quad (90)$$

Явный вид параметризации Kelly [2] ($R = R_k$) мы опускаем.

[1] I. A. Qattan *et al.*, Phys. Rev. C **91**, 065203 (2015).

[2] J. J. Kelly, Phys. Rev. C **70**, 068202 (2004).

Трехчастичные спиновые корреляции ($\vec{e}\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$)

$$|T|_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow e\vec{p}}^2 = \omega_p^+ G_E^2 Y_1 + \omega_p^- \tau_p G_M^2 (Y_2 - \lambda_{e1} \delta_{p1} Y_3). \quad (91)$$

Из (91) следует, что при рассеянии поляризованного электрона на поляризованном протоне степень продольной поляризации, переданная конечному протону, определяется выражением:

$$\delta_{p2}^f = \frac{\delta_{p1} (G_E^2 Y_1 - \tau_p G_M^2 Y_2) + \lambda_{e1} \tau_p G_M^2 Y_3}{G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 (Y_2 - \lambda_{e1} \delta_{p1} Y_3)}.$$

Разделив числитель и знаменатель в последнем выражении на $\tau_p G_M^2 Y_2$ и вводя отношение $R \equiv \mu_p G_E / G_M$, получим:

$$\delta_{p2}^f = \frac{\delta_{p1} (R_\sigma - 1) + \lambda_{e1} Y_{32}}{R_\sigma + 1 - \lambda_{e1} \delta_{p1} Y_{32}}, \quad Y_{32} = \frac{Y_3}{Y_2}, \quad R_\sigma = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{R^2}{\mu_p^2}. \quad (92)$$

Трехчастичные спиновые корреляции ($\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}p$)

Для процесса $\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}p$ имеем:

$$|T|_{\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}p}^2 = \omega_{e\lambda}^+ (G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 (Y_2 - \lambda_{e1} \delta_{p1} Y_3)), \quad (93)$$

откуда следует, что при рассеянии поляризованного электрона на поляризованном протоне степень продольной поляризации, переданная конечному электрону, определяется выражением:

$$\lambda_{e2}^f = \frac{\lambda_{e1} (R_\sigma + 1) - \delta_{p1} Y_{32}}{R_\sigma + 1 - \lambda_{e1} \delta_{p1} Y_{32}}, \quad Y_{32} = \frac{Y_3}{Y_2}, \quad R_\sigma = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{R^2}{\mu_p^2} \quad (94)$$

Зависимости углов рассеяния электрона θ_e и протона θ_p в процессе $ep \rightarrow ep$ от Q^2

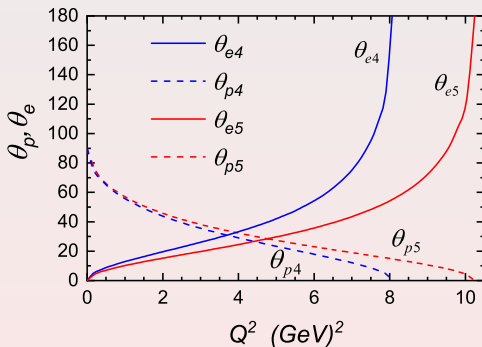


Рис. : 6. Зависимости углов рассеяния электрона θ_e и протона θ_p в процессе $ep \rightarrow ep$ от квадрата переданного протону импульса Q^2 в кинематике эксперимента SANE. Линии θ_{e4}, θ_{p4} (θ_{e5}, θ_{p5}) построены для $E_1 = 4.725, 5.895$ ГэВ ($Q_{m4}^2 = 8.066$ ГэВ², $Q_{m5}^2 = 10.246$ ГэВ²).

Поляризационная асимметрия в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

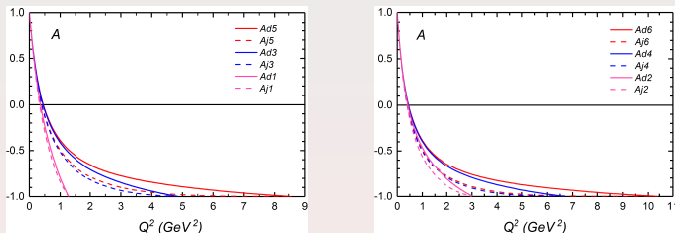


Рис. : 7. Зависимость асимметрии A (89) в ЛСО от Q^2 (ГэВ^2) для энергий электронного пучка $E_1 = 1, 2, \dots, 6$ ГэВ . Линии $Ad1, Ad2, \dots, Ad6$ и $Aj1, Aj2, \dots, Aj6$ отвечают отношениям $R = R_d(90)$ и $R = R_j(90)$

Таблица : Значения Q_{max}^2 , определяющих границы спектров зависимости R_σ от Q^2 и значения $(Q_0^2)_{\{d,j\}}$, при которых $\sigma^{\uparrow\uparrow} = \sigma^{\downarrow\downarrow}$, при этом поляризационная асимметрия A (89) равна нулю

E_1 (ГэВ)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
Q_{max}^2 (ГэВ^2)	1.277	3.040	4.868	6.718	8.578	10.443
$(Q_0^2)_d$ (ГэВ^2)	0.358	0.424	0.435	0.446	0.446	0.446
$(Q_0^2)_j$ (ГэВ^2)	0.336	0.380	0.391	0.402	0.402	0.402

Поляризации конечного протона в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

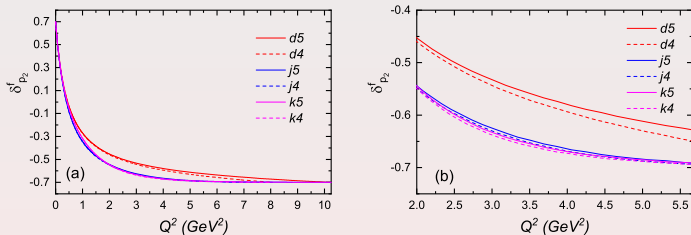


Рис. : 8. Q^2 -зависимость степени продольной поляризации конечного протона $\delta_{p_2}^f$ (82) в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$. Линии $d4$, $d5$, $j4$, $j5$ и $k4$, $k5$ построены для отношений $R = R_d$, $R = R_j$ и $R = R_k$. При этом линии $d4$, $j4$, $k4$ ($d5$, $j5$, $k5$) соответствуют энергии электронного пучка 4.725 (5.895) ГэВ в эксперименте коллаборации SANE. Для всех линий степень поляризации протонной мишени бралась одинаковой ($P_t = 0.70$).

Из графиков на рис. 7 следует, что переданная протону поляризация весьма существенно зависит от вида зависимости отношения R от Q^2 , при этом имеют место соотношения: $|d5| < |k5| < |j5|$, $|d4| < |k4| < |j4|$.

Угловая зависимость переданной протону поляризации

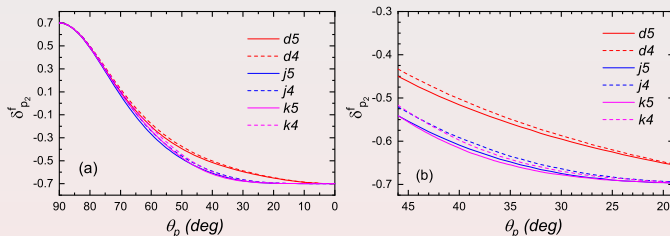


Рис. : 9. (а) Зависимость переданной протону поляризации $\delta_{p_2}^f$ (82) от угла рассеяния протона θ_p в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ для E_1 и P_t в эксперименте коллаборации SANE во всей области изменения углов θ_p . (б). Та же зависимость в кинематике эксперимента SANE, где $18^\circ \leq \theta_p \leq 46^\circ$ ($2.06 \text{ ГэВ}^2 \leq Q^2 \leq 5.66 \text{ ГэВ}^2$). Линии $d4$, $d5$, $j4$, $j5$ и $k4$, $k5$ построены для отношений $R = R_d$, $R = R_j$ и $R = R_k$.

Относительная разница поляризационных эффектов

Количественная оценка относительной разницы поляризационных эффектов в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ вычисляется с помощью:

$$\Delta_{dj} = \left| \frac{P_d - P_j}{P_d} \right|, \quad \Delta_{dk} = \left| \frac{P_d - P_k}{P_d} \right|, \quad \Delta_{jk} = \left| \frac{P_k - P_j}{P_k} \right|, \quad (95)$$

P_d , P_j и P_k – поляризации $\delta_{p_2}^f$ (82), полученные при использовании параметризаций R_d , R_j и R_k .

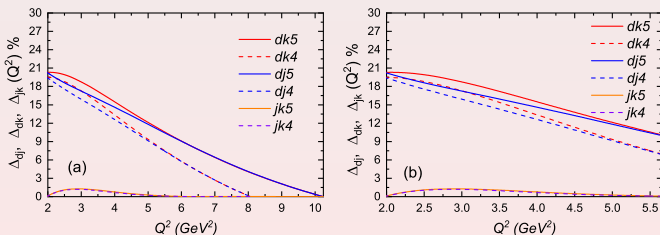


Рис. : 10. Q^2 -зависимость относительной разницы Δ_{dj} , Δ_{dk} , Δ_{jk} (95) для энергий электронного пучка 4.725 и 5.895 ГэВ в эксперименте коллаборации SANE [1]. Для всех линий степень поляризации протонной мишени бралась одинаковой, $\delta_{p_1} = P_t = 0.70$.

[1] A.Liyanage *et al.* (SANE Collab.), Phys.Rev.C **101**, 035206 (2020).

Поляризационные эффекты в процессе $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$

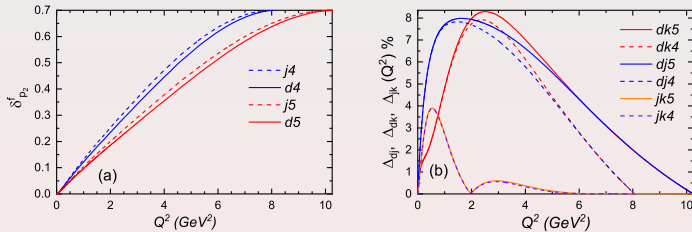


Рис. : 11. (a): Q^2 -зависимость степени продольной поляризации конечного протона $\delta_{p_2}^f$ в процессе $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$ для энергий $E_1 = 4.725$ и 5.895 ГэВ. (b): Q^2 -зависимость Δ_{dj} , Δ_{dk} и Δ_{jk} (95) для $\delta_{p_2}^f$. Маркировка линий на рисунках (a) и (b) совпадает с маркировкой линий на рисунках 8 и 9. Для всех линий на рисунках (a) и (b) степень продольной поляризации начального пучка электронов выбрана одинаковой $\lambda_{e_1} = P_b = 0.70$

Поляризационные эффекты в процессе $\vec{e}\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

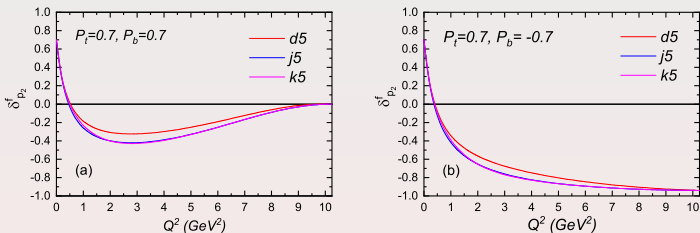


Рис. : 12. $\delta^f_{p_2}(Q^2)$ (92), $E_1 = 5.895$ ГэВ, $0 \leq Q^2 \leq 10.247$ ГэВ².
 (a) $P_t = 0.7, P_b = 0.7$; (b) $P_t = 0.7, P_b = -0.7$.

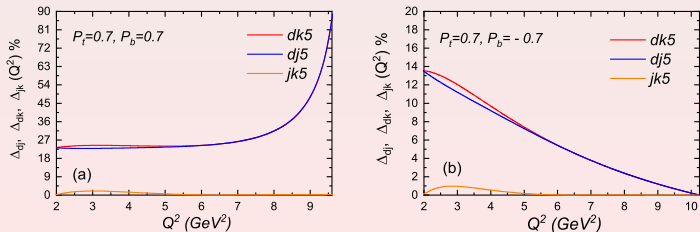


Рис. : 13. Q^2 -зависимость относительной разницы $\Delta_{dj}, \Delta_{dk}, \Delta_{jk}$ (95). (a) $P_t = 0.7, P_b = 0.7$; (b) $P_t = 0.7, P_b = -0.7$.

Поляризационные эффекты в процессе $\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}$

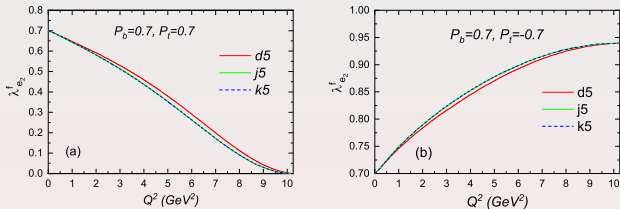


Рис. : 14. $\lambda^f_{e2}(Q^2)$ (94); $E_1 = 5.895$ ГэВ, $0 \leq Q^2 \leq 10.247$ ГэВ².
(a) $P_b = 0.7$, $P_t = 0.7$; (b) $P_b = 0.7$, $P_t = -0.7$.

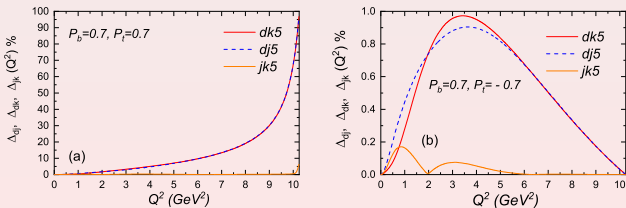


Рис. : 15. Q^2 -зависимость относительной разницы Δ_{dj} , Δ_{dk} , Δ_{jk} (95).
 $E_1 = 5.895$ ГэВ, Q^2 принадлежит интервалу $0 \leq Q^2 \leq 10.247$ ГэВ².
(a) $P_b = 0.7$, $P_t = 0.7$; (b) $P_b = 0.7$, $P_t = -0.7$.

Заключение

В приближении однофотонного обмена проведен расчет дифференциального сечения процесса упругого рассеяния электрона на протоне в ДСБ в произвольной системе отсчета в случае, когда начальные и конечные частицы поляризованы ($\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}$), при этом масса электронов учтена точным образом. Сечение процесса разбивается на сумму двух слагаемых, содержащих только квадраты формфакторов Сакса. Рассмотрены две трехчастичные и все возможные двухчастичные спиновые корреляции. Расчеты основаны на вычислении матричных элементов протонного тока в ДСБ, в котором реализуется малая группа Лоренца, общая для начального и конечного состояний протонов, благодаря чему электрический и магнитный ФФС факторизуются в амплитудах протонного тока, отвечающих переходам без переворота и с переворотом спина.

В ультрарелятивистском пределе, когда массой электрона можно пренебречь, сечение процесса $\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}$ значительно упрощается, сохраняя свою структуру. В этом пределе процесс $\vec{e}\vec{p} \rightarrow \vec{e}\vec{p}$ идет с сохранением спиральности, однако спин электрона при этом переворачивается.

THANK FOR YOUR ATTENTION