

ФГБУ "Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова НИЦ "Курчатовский институт"
Отделение физики высоких энергий
Лаборатория физики элементарных частиц

ФГАОУ ВО "Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого"
Физико-механический институт
Высшая школа фундаментальных физических исследований

Поиск эффектов БФКЛ эволюции при образовании пар адронных струй с большим разделением по скорости при энергиях Большого адронного коллайдера

По материалам кандидатской диссертации
1.3.15. Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий

Егоров Анатолий Юрьевич

Гатчина - 2023

Цели и Задачи диссертации

Цель:

- Поиск БФКЛ эффектов при рождении пар струй с большим разделением по быстроте в pp столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ.

Задачи:

- Измерение инклюзивных двухструйных сечений $d\sigma^{\text{incl}}/d\Delta y$ и $d\sigma^{\text{MN}}/d\Delta y$ в pp столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. Где Δy - разделение по быстроте между струями. Измерение отношений сечений рождения пар адронных с вето на образование дополнительных струй R^{incl} , R^{MN} , $R_{\text{veto}}^{\text{incl}}$ и $R_{\text{veto}}^{\text{MN}}$.
- Получение результатов аналитических расчетов, основанных на следующем за главным логарифмическим приближением (СГЛП) БФКЛ, для сечения $d\sigma^{\text{MN}}/d\Delta y$.
- Вычисление влияния условия вето по p_{\perp} дополнительных струй на инклюзивные сечения рождения пар адронных струй

Апробация

- ICPPA 2020 и 2022 (Москва, Россия)
- NUCLEUS 2022 (Москва, Россия)
- 21 Lomonosov conference on elementary particle physics 2023 (Москва, Россия)
- LII и LV Зимняя Школа ПИЯФ 2018 и 2023 (Рощино, Луга, Россия)
- 19th Annual Russia and Dubna Member States CMS Collaboration Conference 2016 (Варна, Болгария)
- 2nd CMS Workshop “Perspectives on Physics on CMS at HL-LHC” 2017 (Варна, Болгария)

- Результаты также докладывались на регулярных совещаниях рабочих групп коллаборации CMS в CERN, а именно FSQ, SMP, JERC, CMS Statistics Committee. Результаты докладывались на семинарах ОФВЭ ПИЯФ. Результаты докладывались на V Ежегодном Всероссийском Молодежном Научном Форуме Open Science 2018 (Гатчина, Россия)

Публикации автора по теме диссертации

- [1] Egorov A. Study of dijet events with large rapidity separation in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 2.76$ TeV / A. Egorov, A. Tumasyan [и др.] // JHEP. - 2022. - Т. 03, -С. 189 (Scopus, WoS, Q2)
- [2] Egorov A. Next-to-leading BFKL evolution for dijets with large rapidity separation at different LHC energies / A. Iu. Egorov, V. T. Kim // Phys. Rev. D - 2023. - Т. 108, № 1 - С. 014010 (Scopus, Q1)
- [3] Egorov A. Dijet events with large rapidity separation in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 2.76$ TeV with CMS detector / A. Egorov // Phys. Atom. Nucl. - 2022. - Т. 85, № 6 - С. 951 (Scopus, BAK)
- [4] Egorov A. Production of dijets with large rapidity separation at colliders / A. Egorov, V. T. Kim // J. Phys. Conf. Ser. - 2020. - Т. 1690, № 1 - С. 012158 (Scopus, WoS)
- [5] Егоров А. Ю. Асимптотические эффекты при рождении пар адронных струй в протон-протонных столкновениях при сверхвысоких энергиях / А. Ю. Егоров, Я. А. Бердников // НТВ СПбГПУ Физ.-мат. науки. - 2019. - Т. 12, № 2. - С. 121 (BAK, WoS, Scopus)
- [6] Егоров А. Ю. Анализ методов обратной свертки экспериментальных данных при измерении сечений рождения пар адронных струй / А. Ю. Егоров, Я. А. Бердников, В. А. Бакаев, И. М. Никитчина // НТВ СПбГПУ Физ.-мат. науки. - 2019. - Т. 12, № 3. - С. 123 (BAK, WoS, Scopus)
- [7] Egorov A. The Next-to-Leading BFKL for Mueller-Navelet Dijets with Large Rapidity Separation and Jet Veto / A. Iu. Egorov, V. T. Kim // Phys. Atom. Nucl. - 2023. Т. 86, № 6 - С. - ?

Актуальность ГЛАПД

Грибов—Липатов—Альтарелли—Паризи—Докшицер

Предел Бьёркена

$$\sqrt{s} \rightarrow \infty; p_T \rightarrow \infty; x \sim \frac{p_T}{\sqrt{s}} \sim 1$$

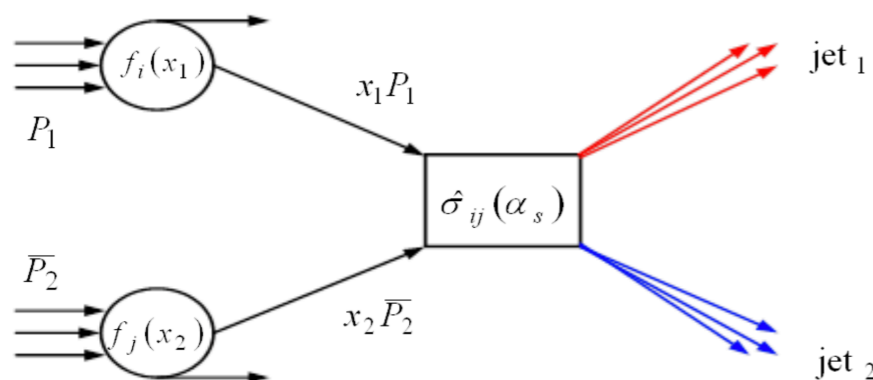
$$k_{Tn} \gg k_{Tn-1} \gg \dots \gg k_{T2} \gg k_{T1}$$

$$[\alpha_s \log Q^2]^n$$

ГЛАПД эволюция

$$\frac{df_i}{d \log \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} [P_{qq} \otimes f_i + P_{qg} \otimes f_g]$$

$$\frac{df_g}{d \log \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} [P_{gq} \otimes \sum_i f_i + P_{gg} \otimes f_g]$$



vs

БФКЛ

Балицкий—Фадин—Кураев—Липатов

БФКЛ кинематика (ГЛП): Предел
Грибова-Редже

$$\sqrt{s} \rightarrow \infty; p_T - \text{finite}; x \sim \frac{p_T}{\sqrt{s}} \rightarrow 0;$$

$$c \ p_T \gg \Lambda_{QCD}$$

$$x_n \gg x_{n-1} \gg \dots \gg x_2 \gg x_1$$

$$k_{Tn} \sim k_{Tn-1} \sim \dots \sim k_{T2} \sim k_{T1}$$

$$[\alpha_s \log(1/x)]^n$$

БФКЛ эволюция

$$\frac{\partial f_g}{\partial \log 1/x} = K \otimes f_g = \omega f_g \Rightarrow$$

$$f_g \sim \left(\frac{1}{x}\right)^\omega \sim \left(\frac{s}{s_0}\right)^\omega \sim e^{\omega \Delta y}$$

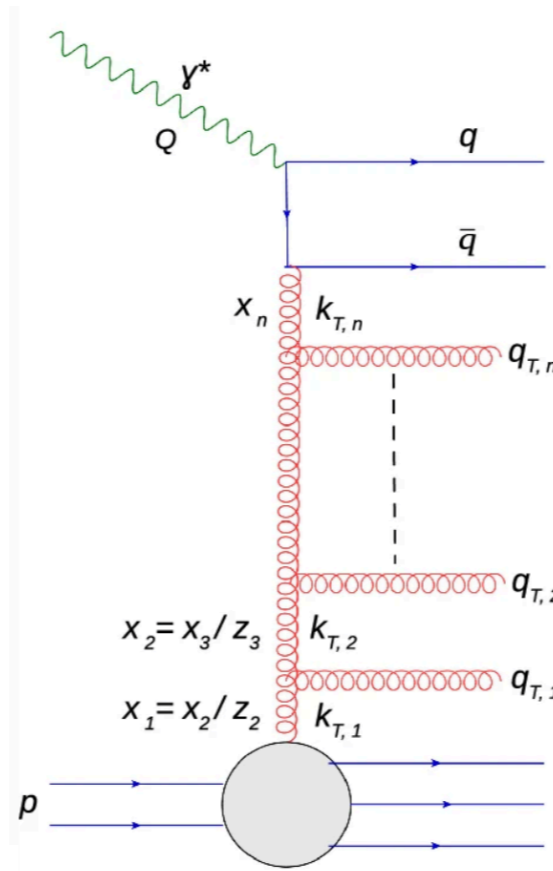
$$\omega_{\max} = \alpha_P(0) - 1$$

ГЛП БФКЛ:

$$\alpha_P^{LL}(0) \approx 1.5$$

СГЛП БФКЛ: $\alpha_P^{NLL} \approx 1.2$

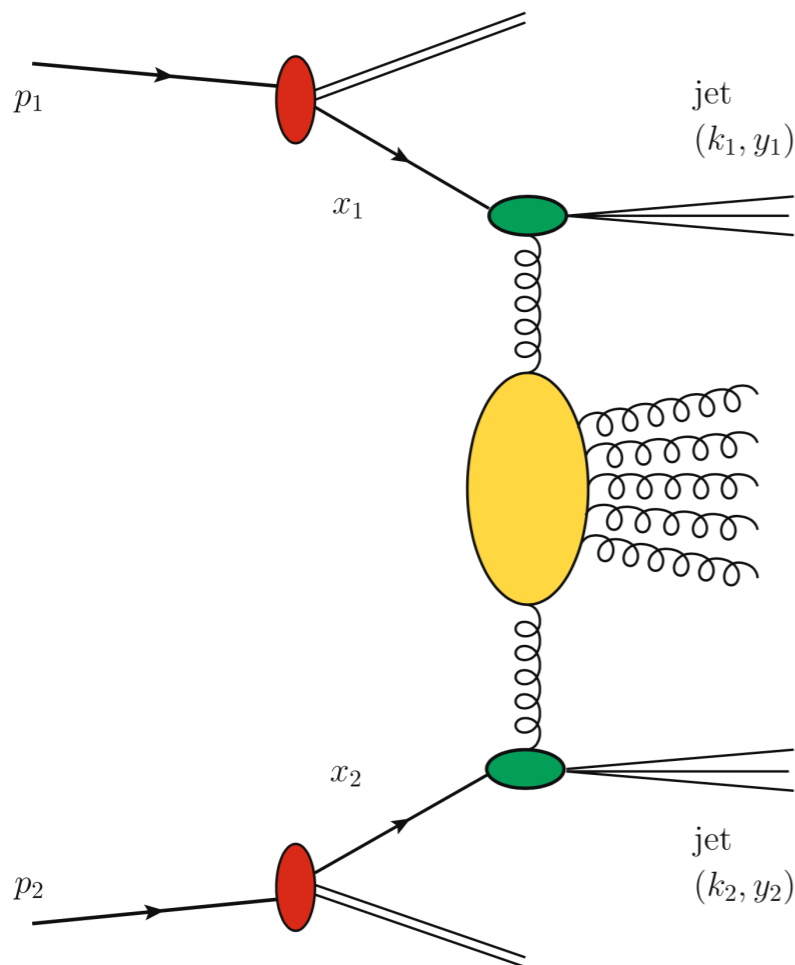
S.J. Brodsky, V.S. Fadin, V.T. Kim,
L.N. Lipatov, G.B. Pivovarov



Характеристики БФКЛ динамики

$$\log\left(\frac{s}{p_T^2}\right) = \log(1/x_1) + \log\left(\frac{\hat{s}}{p_T^2}\right) + \log(1/x_2) = \log(1/x_1) + \Delta y + \log(1/x_2)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dp_{T1}^2 dp_{T2}^2 d\phi} = \frac{C_A^2 \alpha_s^2}{4\pi p_{T1}^3 p_{T2}^3} \sum_n e^{in(\phi-\pi)} \int_0^\infty d\nu e^{\omega(n,\nu)\Delta y} \cos\left(\nu \ln \frac{p_{T1}^2}{p_{T2}^2}\right) \Rightarrow \hat{\sigma}_{gg} \propto e^{A \cdot \Delta y} \quad \text{при } \Delta y \rightarrow \infty$$



ГЛАПД динамика:

- адронные струи упорядочены по p_T
- нет упорядочения по y
- high- \sqrt{s} high- p_T small- Δy

БФКЛ динамика:

- адронные струи упорядочены по y
- нет упорядочения по p_T
- декорреляция по азимутальному углу
- high- \sqrt{s} low- p_T large- Δy

Предыдущие экспериментальные результаты поиска БФКЛ эффектов на коллайдерах

HERA ep : H1 [[Phys. Lett. B 356 \(1995\) 118](#), [Eur. Phys. J. C 72 \(2012\) 1910](#)], ZEUS [[Eur.Phys.J.C 6 \(1999\) 239-252](#), [Eur.Phys.J.C 52 \(2007\) 515-530](#)] $p_T > 5$ ГэВ, $y < 4.3$, $\sqrt{s} < 319$ ГэВ.

LEP e^+e^- : OPAL and L3 [[Phys.Lett.B453\(1999\)333](#)] $\sqrt{s} = 91 \div 183$ ГэВ.

TEVATRON $p\bar{p}$: D0 [[Phys. Rev. Lett. 84 \(2000\) 5722](#), [Phys. Rev. Lett. 77 \(1996\) 595](#), [Phys. Lett. B 440 \(1998\) 189](#), [Phys. Lett. B 524 \(2002\) 273](#)], CDF [[Phys. Rev. Lett. 80 \(1998\) 1156](#)], $p_T > 15$ ГэВ, $\Delta y < 6$, $\sqrt{s} = 0.63 \div 1.8$ ТэВ

LHC pp :

ATLAS [[JHEP 09\(2011\) 053](#), [Eur. Phys. J. C \(2014\) 74:3117](#)] $p_T > 60$ ГэВ, $\Delta y < 8$, $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

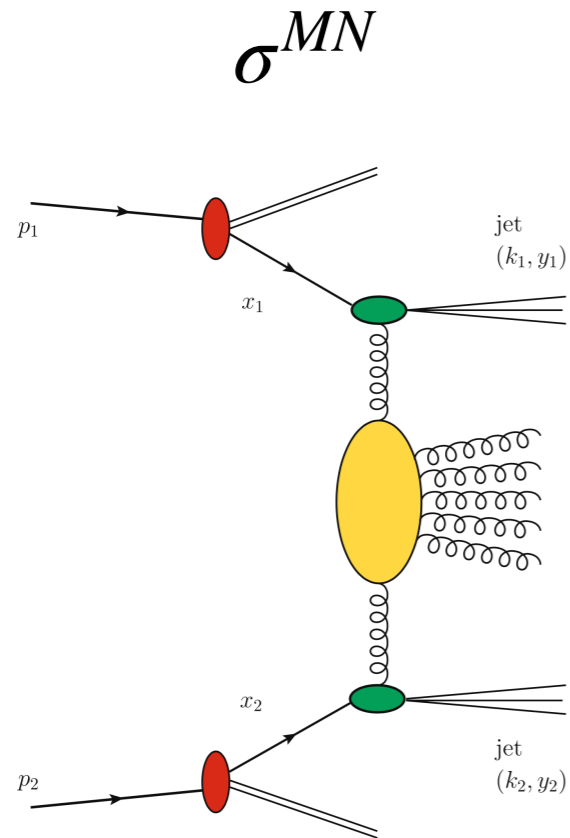
CMS [[Eur. Phys. J. C 72 \(2012\) 2216](#), [JHEP 08 \(2016\) 139](#), [Eur. Phys. J. C 78 \(2018\) 242](#)] $p_T > 35$ ГэВ, $\Delta y < 9.4$, $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

- Ни одна модель, основанная на ГЛАПД, не описывает весь набор наблюдаемых
- СГЛП БФКЛ расчеты, которые доступны только для данных по $\gamma^*\gamma^*$ и азимутальной декорреляциям, согласуются с измерениями на LEP и CMS

Наблюдаемые (1)

Мюллер-Навеле (МН) двухструйное сечение

A. H. Mueller and H. Navelet [[Nucl. Phys. B 282 \(1987\) 727](#)]

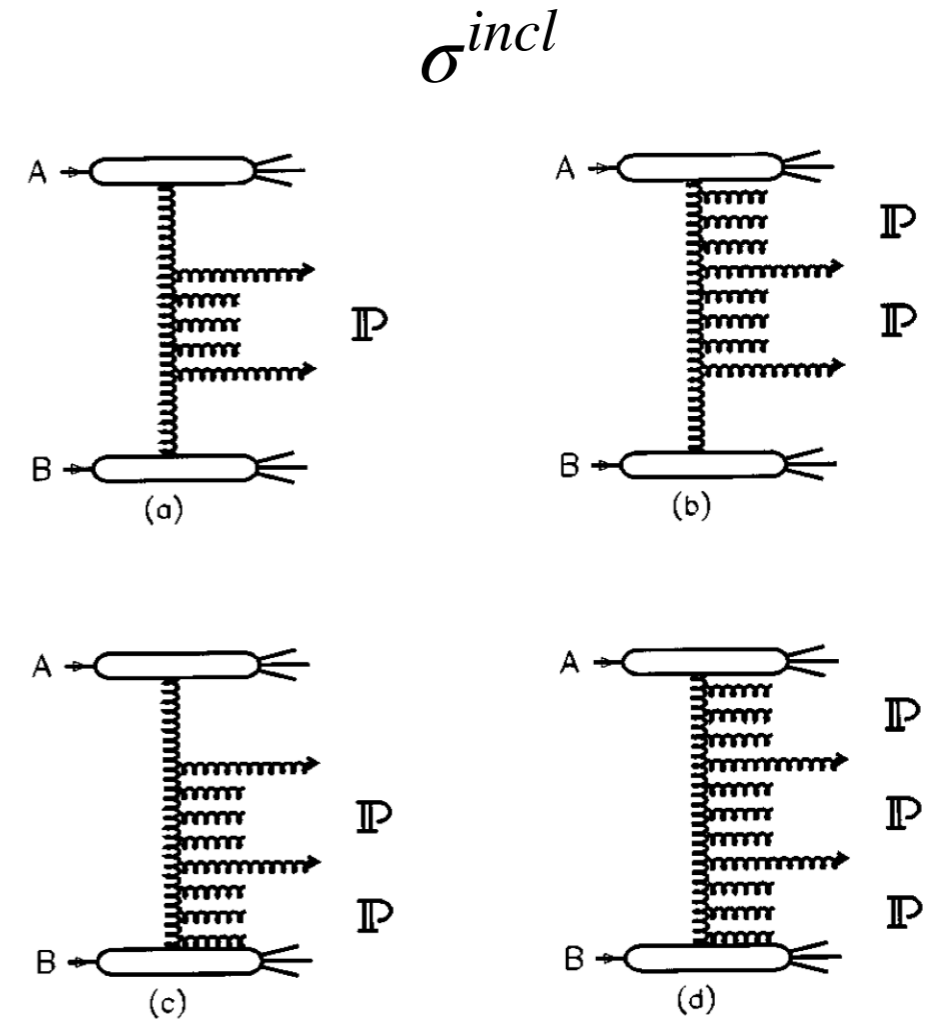


Мюллер-Навеле (МН) пара струй - пара струй с p_T выше $p_{T \min}$ с максимальным интервалом быстроты $\Delta y = |y_1 - y_2|$

При достаточно высоком \sqrt{s} низком $p_{T \min}$ МН пары могут быть за пределами акцептанса детектора

Инклюзивное двухструйное сечение

V. T. Kim and G. B. Pivovarov [[Phys. Rev. D 53 \(1996\) 6](#)]



Инклюзивное сечение рождения пар струй - для всех струй с p_T выше $p_{T \min}$ попарные комбинации струй дают вклад в сечение

Наблюдаемые (2)

A. H. Mueller and H. Navelet
[\[Nucl. Phys. B 282 \(1987\) 727\]](#)

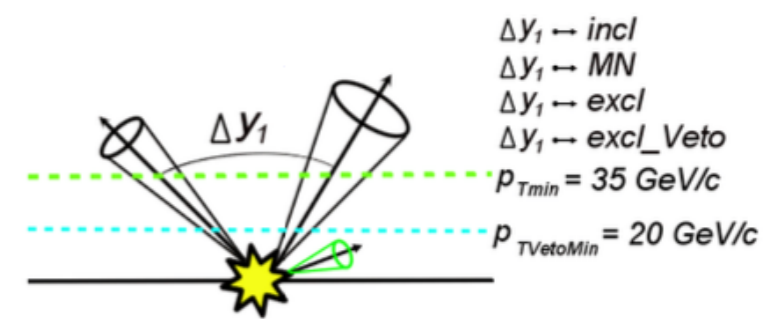
$$\frac{\sigma^{MN}}{\sigma^{Born}}$$

Мюллер-Навелле К-фактор

V. T. Kim and G. B. Pivovarov
[\[Phys. Rev. D 53 \(1996\) 6\]](#)

$$\frac{\sigma^{incl}}{\sigma^{Born}}$$

Инклюзивный К-фактор



σ^{Born} - **НЕ ВОЗМОЖНО ИЗМЕРИТЬ**

$$\frac{\sigma^{MN}}{\sigma^{excl}}$$

Мюллер-Навелле "К-фактор"

σ^{excl} "Эксклюзивное" сечение - события только с одной парой струй с p_T выше p_{Tmin}

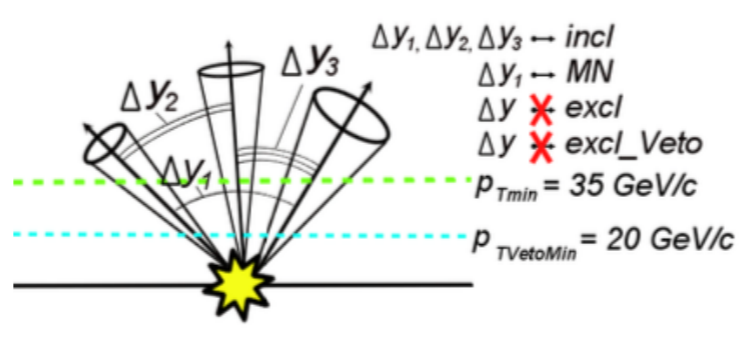
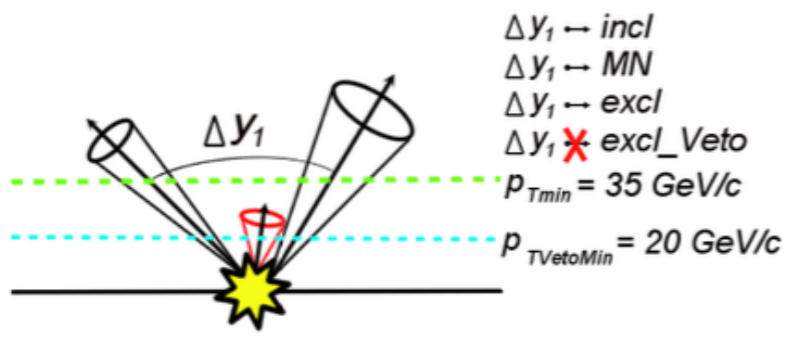
$$\frac{\sigma^{incl}}{\sigma^{excl}}$$

Инклюзивный "К-фактор"

σ_{veto}^{excl} "Эксклюзивное" с вето сечение - "эксклюзивные" события но с вето на дополнительные струи с p_T выше $p_{T veto}$

$$\frac{\sigma^{MN}}{\sigma_{veto}^{excl}}$$

Мюллер-Навелле "К-фактор" с вето



$$\frac{\sigma^{incl}}{\sigma_{veto}^{excl}}$$

Инклюзивный "К-фактор" с вето

Наблюдаемые (3)

$$\sigma^{MN}$$

Мюллер-Навелле сечение

$$\sigma^{incl}$$

Инклюзивное сечение

$$R^{MN} = \frac{\sigma^{MN}}{\sigma^{excl}}$$

Мюллер-Навелле "К-фактор"

$$R^{incl} = \frac{\sigma^{incl}}{\sigma^{excl}}$$

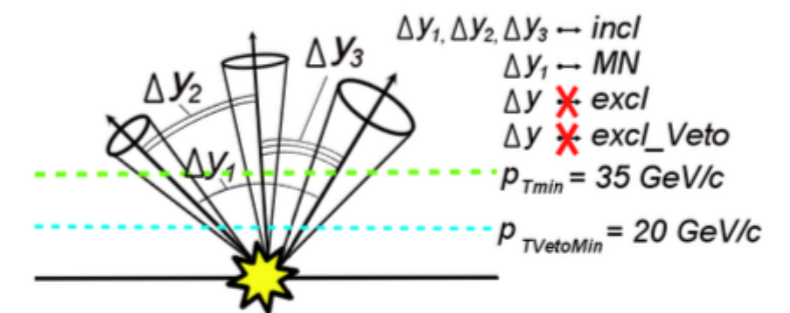
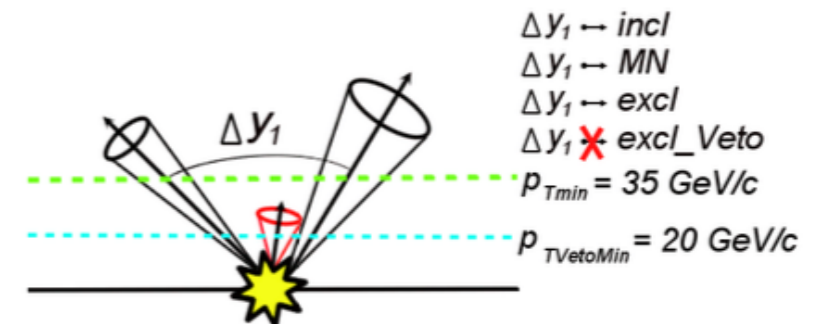
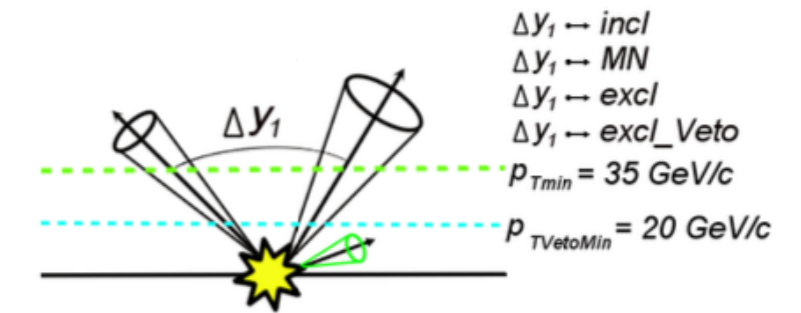
Инклюзивный "К-фактор"

$$R_{veto}^{MN} = \frac{\sigma^{MN}}{\sigma_{veto}^{excl}}$$

Мюллер-Навелле "К-фактор" с вето

$$R_{veto}^{incl} = \frac{\sigma^{incl}}{\sigma_{veto}^{excl}}$$

Инклюзивный "К-фактор" с вето



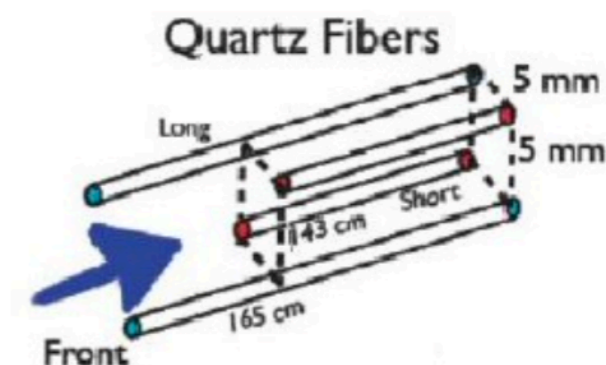
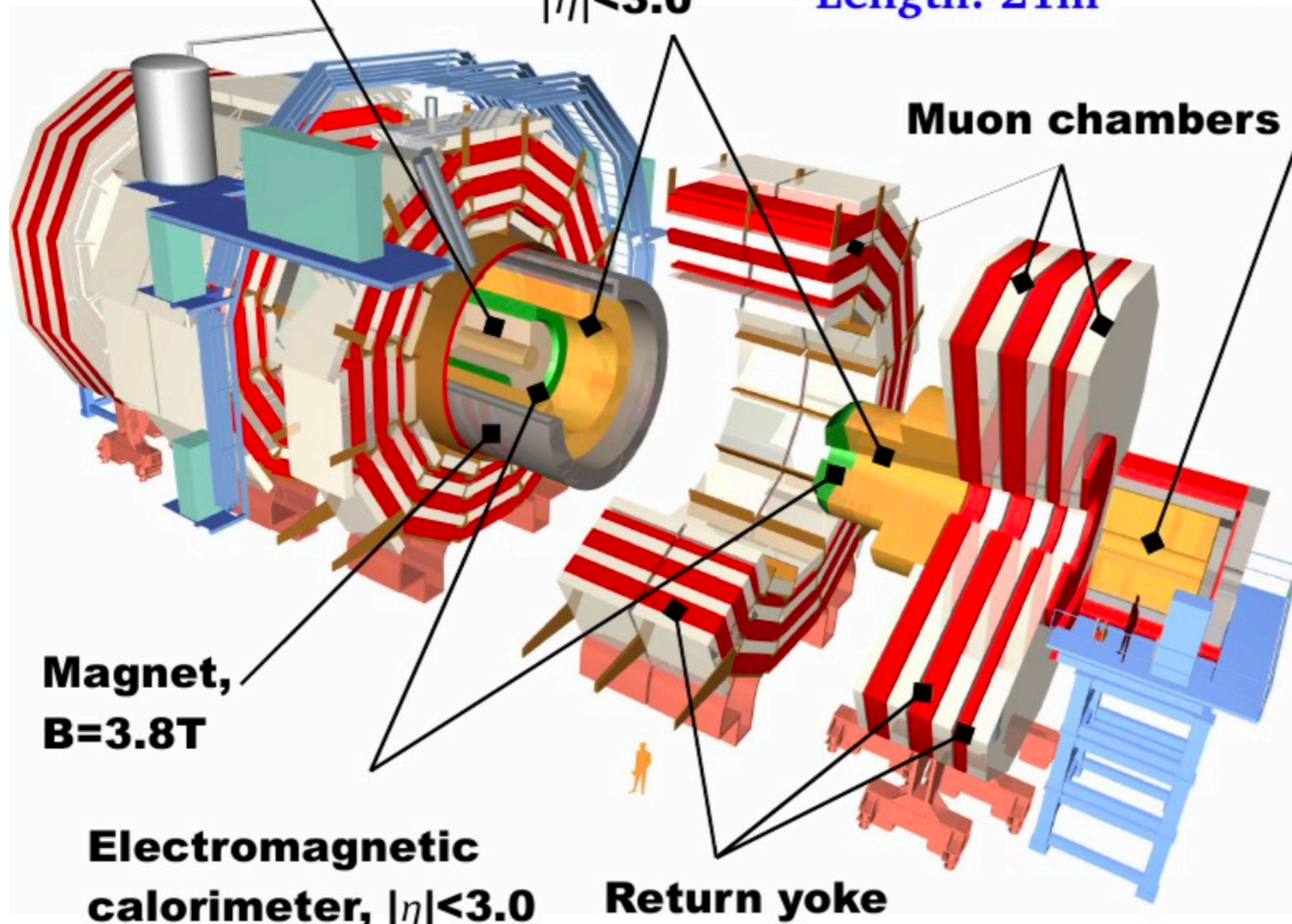
Детектор CMS

Tracker, $|\eta| < 2.4$

Hadronic calorimeter, $|\eta| < 3.0$

Weight: 12500T
Diameter: 15m
Length: 21m

Hadronic Forward (HF) calorimeter, $2.9 < |\eta| < 5.2$

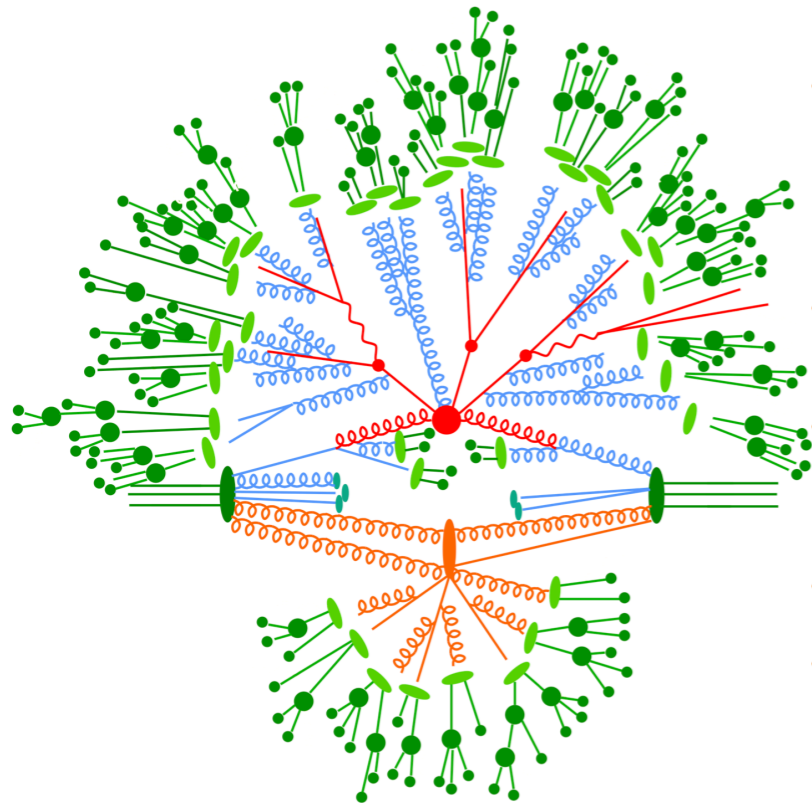


- стальной абсорбер
- радиационно-стойкие кварцевые трубки
- “длинные” и “короткие” сегменты позволяют различать EM и HAD компоненты адронных струй

Анализ данных CMS

- Отбор данных с помощью триггеров
- Оценка триггерной эффективности
- Измерение наблюдаемых на детекторном уровне
- Коррекция детекторных искажений
- Изучение влияния наложения pp столкновений в том же или соседних пересечениях пакетов пучков (Pileup (PU))
- Изучение систематических неопределенностей
 - ▶ Неопределенность коэффициентов коррекции адронных струй по энергии
 - ▶ Неопределенность коэффициентов энергетического разрешения струй в МК моделировании
 - ▶ Модельная зависимость коррекции детекторных искажений
 - ▶ Неопределенность, связанная с конечной статистикой МК выборок, используемых при коррекции детекторных искажений
 - ▶ Неопределенность, связанная с выбором КХД масштабов в МК генераторах, используемых при коррекции детекторных искажений
 - ▶ Неопределенность, связанная с выбором и неопределенностью партонных функций распределения
 - ▶ Неопределенность измерения светимости
 - ▶ Неопределенность измерения триггерной эффективности
 - ▶ Неопределенность, связанная с моделированием PU

Монте Карло генераторы



- PYTHIA
- HERWIG
- POWHEG+PYTHIA
- POWHEG+HERWIG
- SHERPA

ГЛАПД генераторы

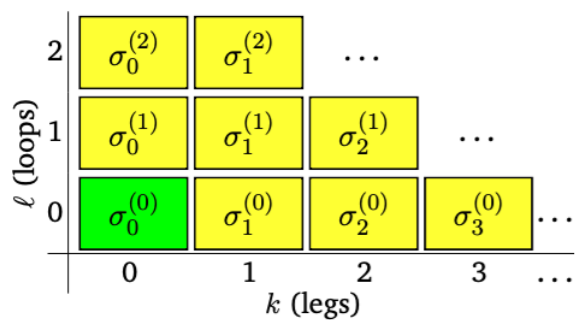
- ГП + ГЛП ГЛАПД + **цветовые диполи**
- ГП + ГЛП ГЛАПД + **угловое упорядочение**
- СГП + ГЛП ГЛАПД + **цветовые диполи**
- СГП + ГЛП ГЛАПД + **угловое упорядочение**
- ГП + N-Real + ГЛП ГЛАПД

Основанные на ГЛАПД генераторы содержат поправки частично учитывающие эффекты БФКЛ, такие как цветовая когерентность, приводящая к угловому упорядочению в партонном каскаде

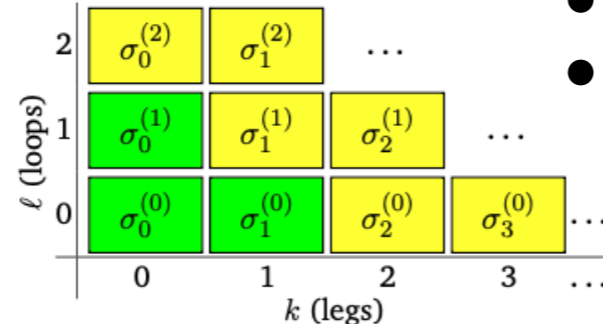
БФКЛ генераторы

- HEJ - ГЛП БФКЛ (партонный уровень)
- HEJ+ARIADNE - ГЛП БФКЛ (адронный уровень)

F @ LO×LL(unitary)



F @ NLO×LL (POWHEG)



Результаты измерений (1)

Двухструйные сечения при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ

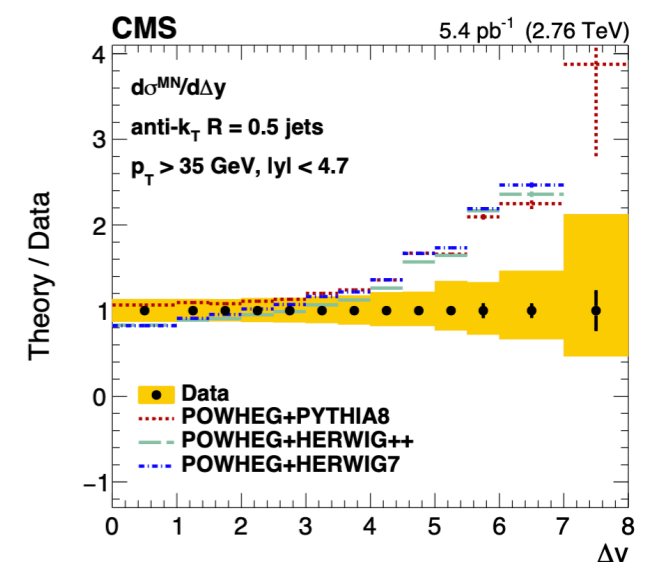
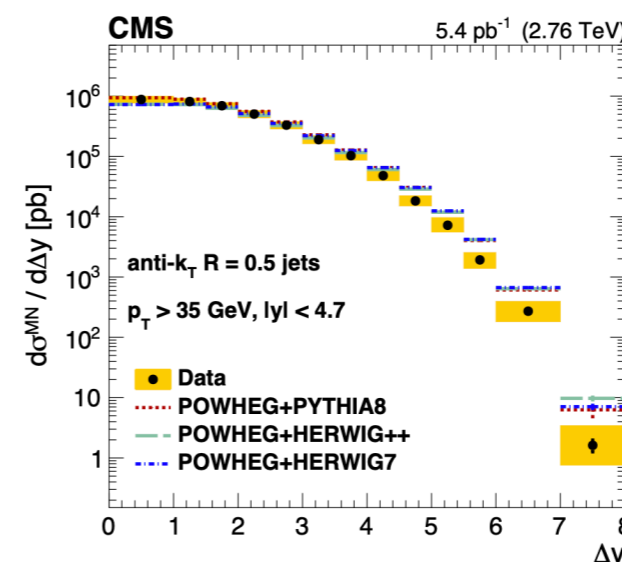
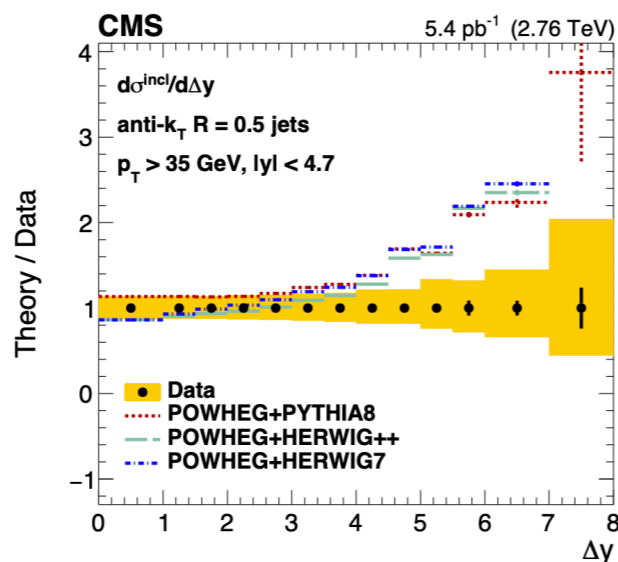
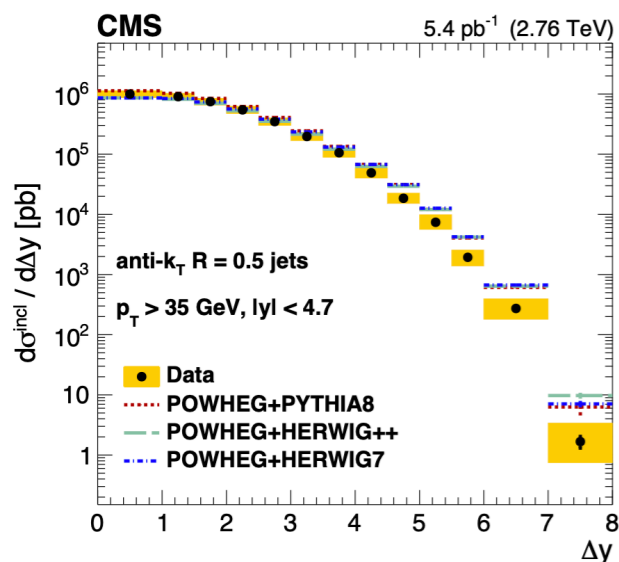
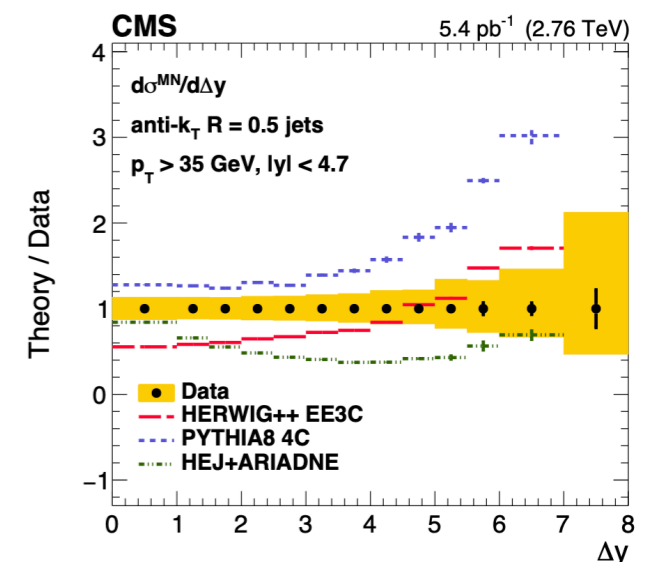
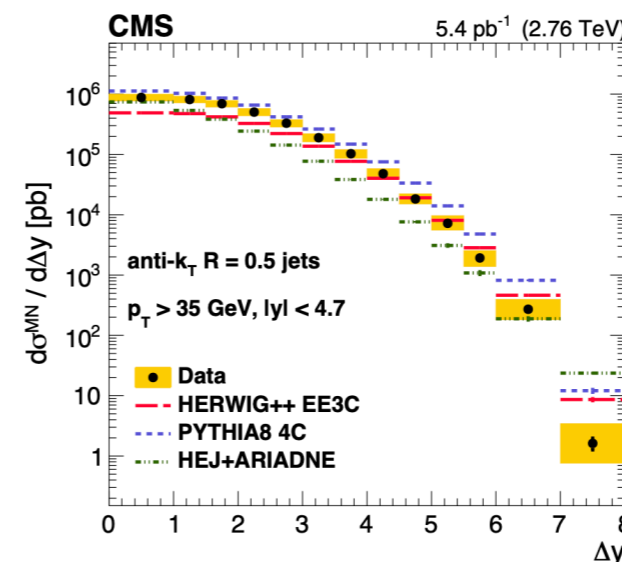
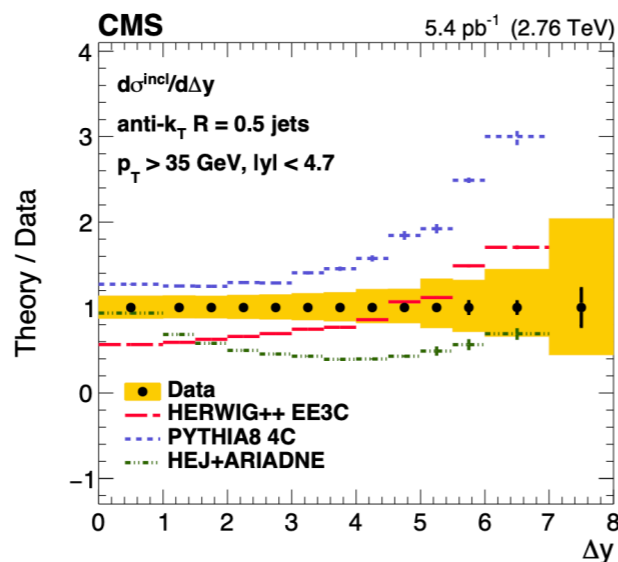
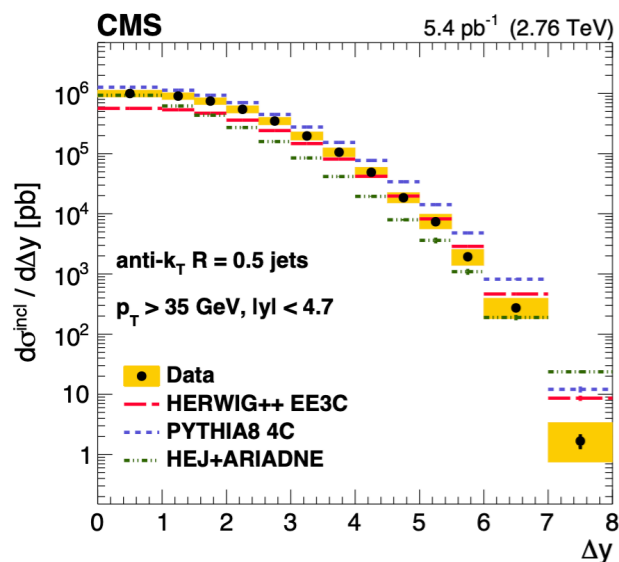
CMS [[JHEP03\(2022\)189](#)]

$p_T > 35$ ГэВ

$\Delta y < 9.4$

$$d\sigma^{incl}/d\Delta y$$

$$d\sigma^{MN}/d\Delta y$$



Результаты измерений (2)

Отношения двухструйных сечений (“К-фактор”) при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ

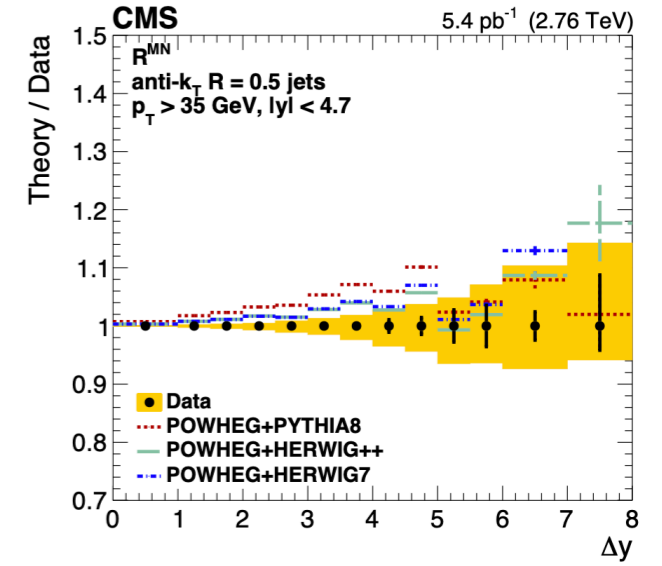
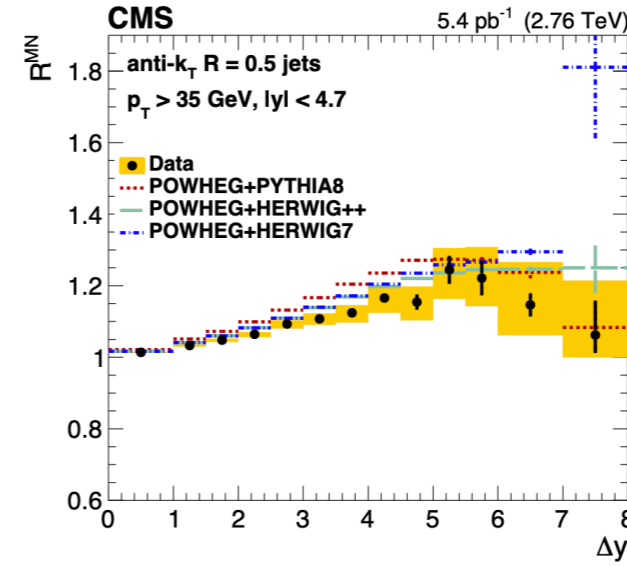
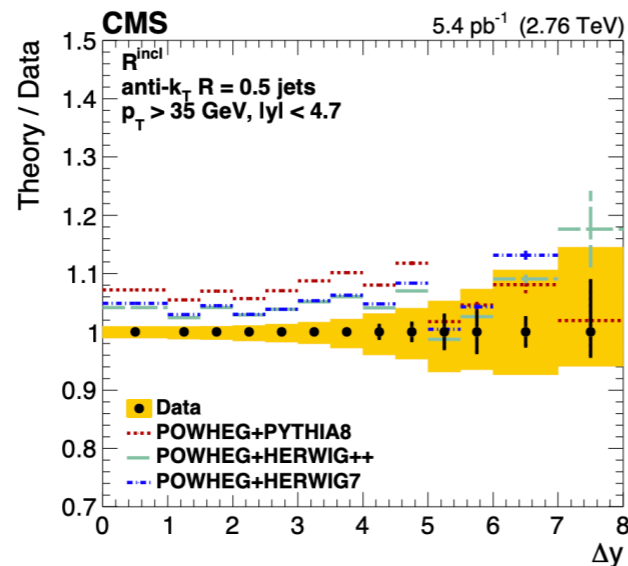
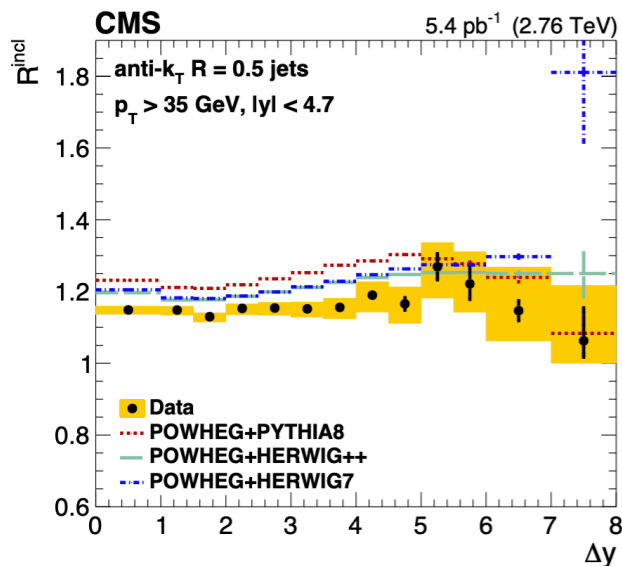
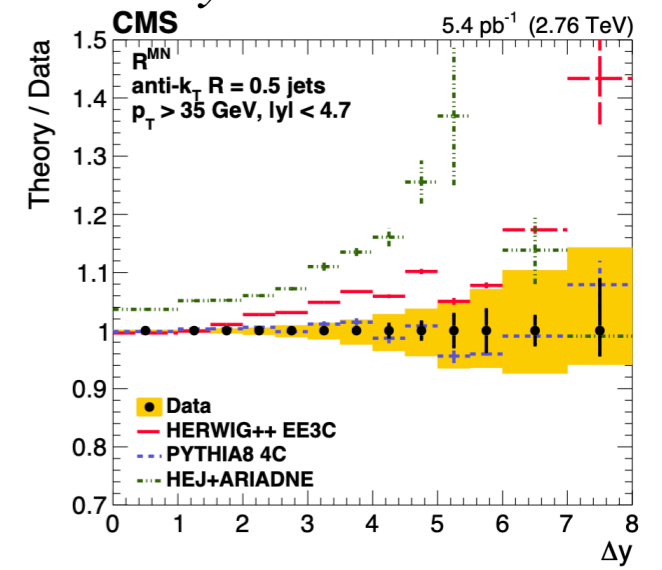
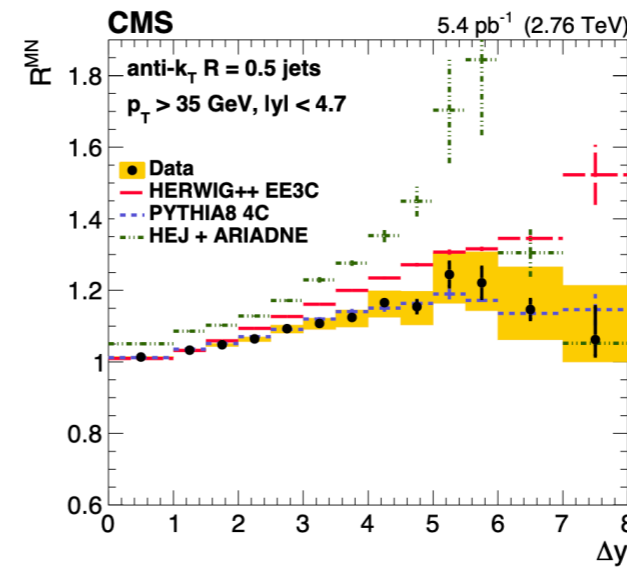
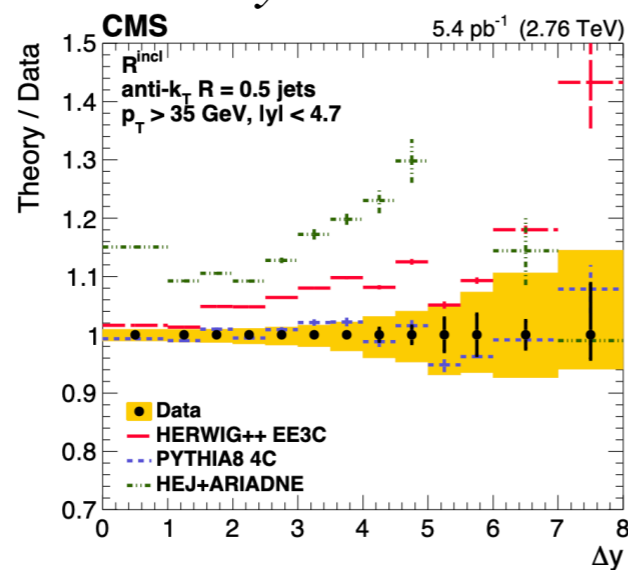
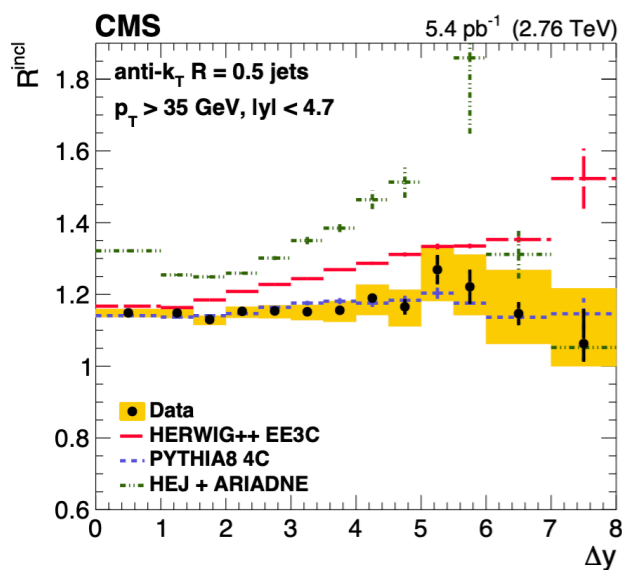
CMS [[JHEP03\(2022\)189](#)]

$$R^{incl} = \frac{d\sigma^{incl}/d\Delta y}{d\sigma^{excl}/d\Delta y}$$

$$p_T > 35 \text{ ГэВ}$$

$$\Delta y < 9.4$$

$$R^{MN} = \frac{d\sigma^{MN}/d\Delta y}{d\sigma^{excl}/d\Delta y}$$



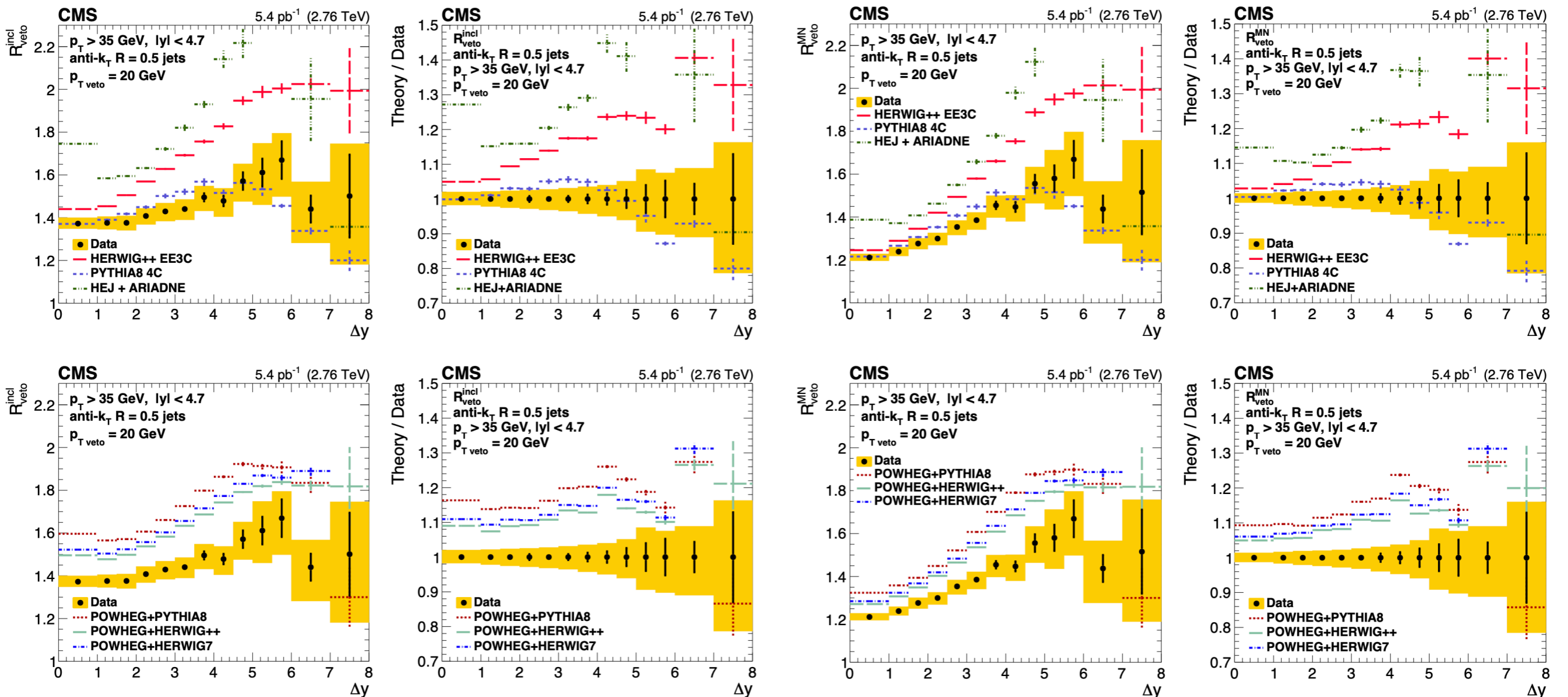
Результаты измерений (3)

Отношения двухструйных сечений (“К-фактор”) при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ

CMS [[JHEP03\(2022\)189](#)]

$$R_{veto}^{incl} = \frac{d\sigma^{incl}/d\Delta y}{d\sigma_{veto}^{excl}/d\Delta y} \quad p_T > 35 \text{ ГэВ} \quad \Delta y < 9.4$$

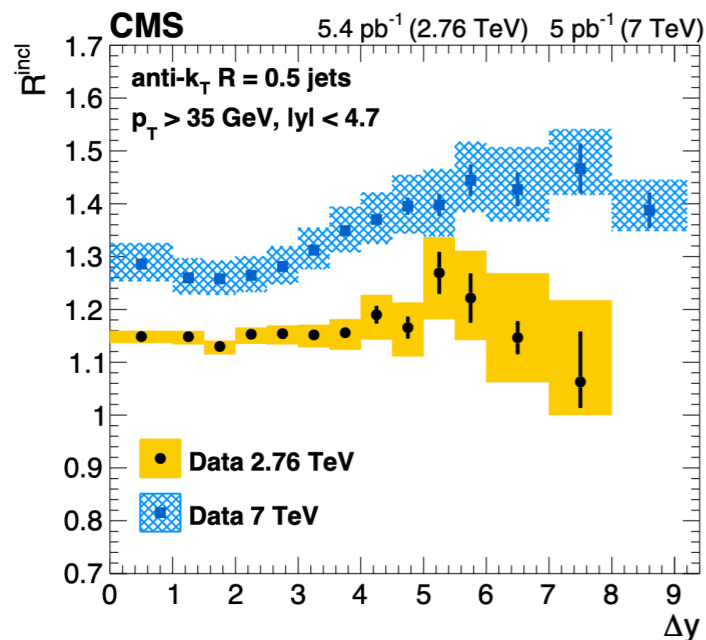
$$R_{veto}^{MN} = \frac{d\sigma^{MN}/d\Delta y}{d\sigma_{veto}^{excl}/d\Delta y}$$



Результаты измерений (4)

Отношения двухструйных сечений (“К-фактор”) при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ и 7 ТэВ

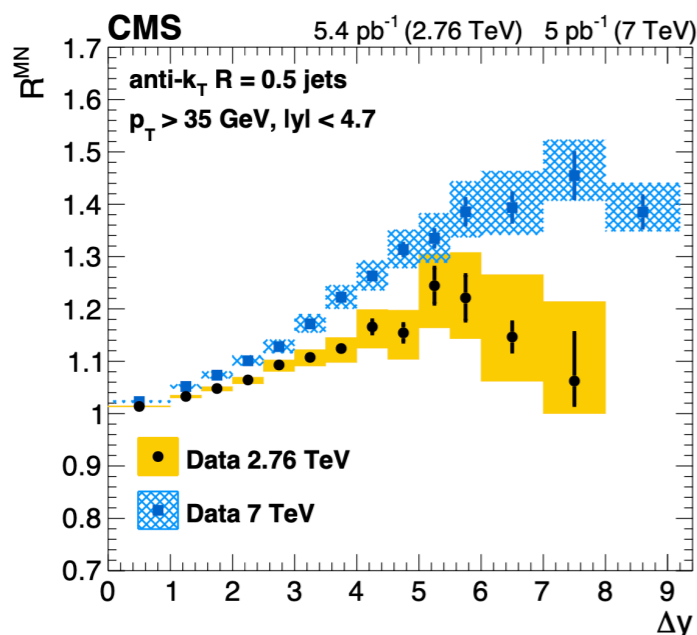
CMS [[JHEP03\(2022\)189](#)]



$$p_T > 35 \text{ ГэВ}$$
$$\Delta y < 9.4$$

- Ни один ГЛАПД генератор не описывает все наблюдаемые 2.76 ТэВ
- HEJ+ARIANDE - переоценивает рост “К-фактора”
- PYTHIA - дает лучшее описание “К-фактора”, но наблюдается отклонение для “К-фактора” с вето

Имеются указания на наличие эффектов БФКЛ



- Необходимы СГЛП БФКЛ расчеты для “К-фактора”
- Необходимы ГЛАПД предсказания без поправок учитывающих эффекты БФКЛ
- Необходимы измерения при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ (сечения, “К-фактор” и азимутальные декорреляции в процессе)

Выводы по измерениям на CMS при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ

- Получены новые указания на проявления эффектов БФКЛ в сечениях и отношениях двухструйных сечений при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ

Для более значимых выводов о наличии БФКЛ эффектов:

- Необходимы предсказания ГЛАПД без цветовой когерентности (без частичного учета эффектов БФКЛ)
- Необходимы СГЛП БФКЛ расчеты (аналитические и/или Монте Карло)
- Необходимы измерения при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ
- Поиск новых наблюдаемых

СГЛП БФКЛ расчет МН сечений (1)

$$\frac{d\sigma}{dy_1 dy_2 d^2\vec{p}_{T1} d^2\vec{p}_{T2}} = \sum_{ij} \int f_i(x_1, \mu_F) f_j(x_2, \mu_F) \frac{d\hat{\sigma}_{ij}(x_1 x_2 s, \mu_F, \mu_R)}{dy_1 dy_2 d^2\vec{p}_{T1} d^2\vec{p}_{T2}}$$

большие Δy : $f^{\text{eff}}(x, \mu_F) = \frac{C_A}{C_F} f_g(x, \mu_F) + \sum_{i=q, \bar{q}} f_i(x, \mu_F)$

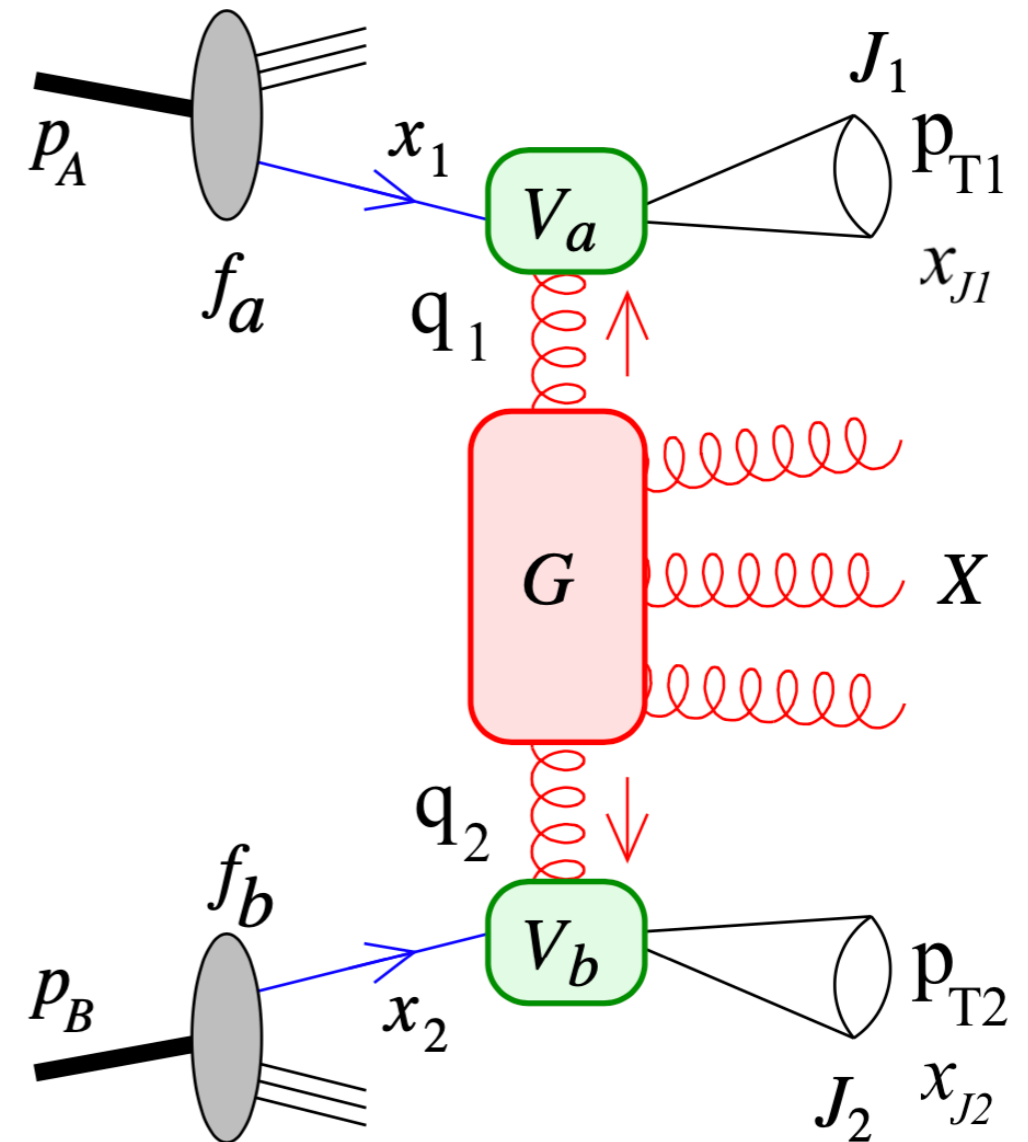
СГЛП БФКЛ

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dy_1 dy_2 d^2\vec{p}_{T1} d^2\vec{p}_{T2}} &= \frac{x_{J1} x_{J2}}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2\vec{q}_1}{\vec{q}_1^2} V_1(\vec{q}_1, x_1, \vec{p}_{T1}, x_{J1}) \\ &\times \int \frac{d^2\vec{q}_2}{\vec{q}_2^2} V_2(-\vec{q}_2, x_2, \vec{p}_{T2}, x_{J2}) \\ &\times \int_C \frac{d\omega}{2\pi i} \left(\frac{x_1 x_2 s}{s_0} \right)^\omega G_\omega(\vec{q}_1, \vec{q}_2), \end{aligned}$$

$$\Phi(\vec{q}, \vec{p}_T, x_J, \omega) \equiv \sum_i \int_0^1 dx f_i(x, \mu_F) \left(\frac{x}{x_J} \right)^\omega V_i(\vec{q}, x, \vec{p}_T, x_J),$$

$$\Phi_{1,2}(n, \nu, \vec{p}_{T1,2}, x_{J1,2}, \omega) = \alpha_s(\mu_R) [c_{1,2}(n, \nu) + \bar{\alpha}_s(\mu_R) c_{1,2}^{(1)}(n, \nu)]$$

$$\frac{d\sigma}{dy_1 dy_2 d|\vec{p}_{T1}| d|\vec{p}_{T2}| d\phi_1 d\phi_2} = \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\mathcal{E}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cos(n\phi) \mathcal{E}_n \right]$$



СГЛП БФКЛ расчет МН сечений (2)

СГЛП БФКЛ

$$\frac{d\sigma}{dy_1 dy_2 d|\vec{p}_{T1}| d|\vec{p}_{T2}| d\phi_1 d\phi_2} = \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\mathcal{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cos(n\phi) \mathcal{C}_n \right]$$

$$\mathcal{C}_n = \frac{x_{J1} x_{J2}}{|\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}|} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu e^{(Y-Y_0) \bar{\alpha}_s(\mu_R) \chi(n, \nu)} \alpha_s^2(\mu_R) c_1(n, \nu) c_1(n, \nu) \left[1 + \bar{\alpha}_s(\mu_R) \left(\frac{\bar{c}_1^{(1)}(n, \nu)}{c_1(n, \nu)} + \frac{\bar{c}_2^{(1)}(n, \nu)}{c_2(n, \nu)} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\beta_0}{2N_c} \left(\frac{5}{3} + \ln \frac{\mu_R^2}{|\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}|} \right) \right) \right] + \bar{\alpha}_s^2(\mu_r) \ln \frac{x_{J1} x_{J2} s}{s_0} \left\{ \bar{\chi}(n, \nu) + \frac{\beta_0}{4N_c} \chi(n, \nu) \left(-\frac{\chi(n, \nu)}{2} + \frac{5}{3} + \ln \frac{\mu_R^2}{|\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}|} \right) \right\} \left. \right]$$

where

$$Y = y_1 - y_2 = \ln \frac{x_{J1} x_{J2} s}{|\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}|} \quad \text{and} \quad Y_0 = \ln \frac{s_0}{|\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}|}$$

$$\frac{d\sigma}{dy_1 dy_2 d|\vec{p}_{T1}| d|\vec{p}_{T2}|} = \mathcal{C}_0$$

- СГЛП БФКЛ содержит неоднозначность, связанную с выбором схемы и масштаба ультрафиолетовой перенормировки

БФКЛП процедура (1)

Обобщение процедуры выбора оптимального масштаба Бродского-Лепаж-Маккензи (БЛМ) [[Phys. Rev. D 28 \(1983\) 229](#)].

Бродский-Фадин-Ким-Липатов-Пивоваров (БФКЛП) [[JETP Lett. 70 \(1999\) 155-160](#)]

Неоднозначность связана с большими эффектами бегущей константы связи и неабелевостью КХД

⇒ необходимо использовать физическую схему перенормировки, в которой неабелев вклад присутствует в главном порядке теории возмущений (МОМ).

МОМ и \overline{MS} связаны:

$$\alpha_s^{\overline{MS}} = \alpha_s^{\text{МОМ}} \left(1 + \frac{\alpha_s^{\text{МОМ}}}{\pi} (T^\beta + T^{\text{conf}}) \right),$$

$$T^\beta = -\frac{\beta_0}{2} \left(1 + \frac{2}{3} I \right),$$

$$T^{\text{conf}} = \frac{C_A}{8} \left[\frac{17}{2} I + \frac{3}{2} (I - 1) \xi + \left(1 - \frac{1}{3} I \right) \xi^2 - \frac{1}{6} \xi^3 \right], \quad \text{где } I \approx 2.3439, \xi - \text{калибровочный параметр}$$

БФКЛП процедура (2)

Перейти в МОМ схему, разделить конформную (β_0 -независимую) и неконформную (β_0 -зависимую) части:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n^{\text{MOM}} = & \frac{x_{J1}x_{J2}}{|\vec{p}_{T1}||\vec{p}_{T2}|} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu e^{(Y-Y_0)\bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_R)\chi(n,\nu)} (\alpha_s^{\text{MOM}}(\mu_R))^2 c_1(n,\nu)c_2(n,\nu) \\ & \times \left[1 + \bar{\alpha}_s(\mu_R) \left(\frac{\bar{c}_1^{(1)}(n,\nu)}{c_1(n,\nu)} + \frac{\bar{c}_2^{(1)}(n,\nu)}{c_2(n,\nu)} + \frac{2T^{\text{conf}}}{N_c} + \frac{\beta_0}{2N_c} \left(\frac{5}{3} + \ln \frac{\mu_R^2}{|\vec{p}_{T1}||\vec{p}_{T2}|} - 2 \left(1 + \frac{2}{3}I \right) \right) \right) \right] \\ & + (\bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_R))^2 \ln \frac{x_{J1}x_{J2}s}{s_0} \left\{ \bar{\chi}(n,\nu) + \frac{T^{\text{conf}}}{N_c} \chi(n,\nu) + \frac{\beta_0}{4N_c} \chi(n,\nu) \left(-\frac{\chi(n,\nu)}{2} + \frac{5}{3} + \ln \frac{\mu_R^2}{|\vec{p}_{T1}||\vec{p}_{T2}|} - 2 \left(1 + \frac{2}{3}I \right) \right) \right\} \Big], \end{aligned}$$

Выбрать μ_R масштаб так, чтобы неконформная часть занулилась

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n^{\beta} = & \frac{x_{J1}x_{J2}}{|\vec{p}_{T1}||\vec{p}_{T2}|} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu e^{(Y-Y_0)\bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu^{\text{BFKLP}})\chi(n,\nu)} (\alpha_s^{\text{MOM}}(\mu^{\text{BFKLP}}))^3 c_1(n,\nu)c_2(n,\nu) \\ & \times \frac{\beta_0}{2N_c} \left[\frac{5}{3} + \ln \frac{(\mu^{\text{BFKLP}})^2}{|\vec{p}_{T1}||\vec{p}_{T2}|} - 2 \left(1 + \frac{2}{3}I \right) + \bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu^{\text{BFKLP}}) \ln \frac{x_{J1}x_{J2}s}{s_0} \frac{\chi(n,\nu)}{2} \right. \\ & \left. \times \left(-\frac{\chi(n,\nu)}{2} + \frac{5}{3} + \ln \frac{(\mu^{\text{BFKLP}})^2}{|\vec{p}_{T1}||\vec{p}_{T2}|} - 2 \left(1 + \frac{2}{3}I \right) \right) \right] = 0, \end{aligned}$$

Приближенный БФКЛП масштаб

Case a:

F. Caporale, D. Yu. Ivanov, B. Murdaca & A. Papa

[\[Phys. Rev. D 91 \(2015\) 114009\]](#)

$$(\mu_a^{\text{BFKLP}})^2 = |\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}| \exp \left[2 \left(1 + \frac{2}{3} I \right) - \frac{5}{3} \right],$$

$$\mathcal{C}_a^{\text{BFKLP}} = \frac{x_{J1} x_{J2}}{|\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}|} \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu e^{(Y-Y_0) \bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_a^{\text{BFKLP}}) \left[\chi(n, \nu) + \bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_a^{\text{BFKLP}}) (\bar{\chi}(n, \nu) + \frac{T^{\text{conf}}}{N_c} \chi(n, \nu) - \frac{\beta_0}{8N_c} \chi^2(n, \nu)) \right]}$$
$$\times (\alpha_s^{\text{MOM}}(\mu_a^{\text{BFKLP}}))^2 c_1(n, \nu) c_2(n, \nu) \times \left[1 + \bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_a^{\text{BFKLP}}) \left\{ \frac{\bar{c}_1^{(1)}(n, \nu)}{c_1(n, \nu)} + \frac{\bar{c}_2^{(1)}(n, \nu)}{c_2(n, \nu)} + \frac{2T^{\text{conf}}}{N_c} \right\} \right]$$

Case b:

$$(\mu_b^{\text{BFKLP}})^2 = |\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}| \exp \left[2 \left(1 + \frac{2}{3} I \right) - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} \chi(n, \nu) \right],$$

$$\mathcal{C}_b^{\text{BFKLP}} = \frac{x_{J1} x_{J2}}{|\vec{p}_{T1}| |\vec{p}_{T2}|} \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu e^{(Y-Y_0) \bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_b^{\text{BFKLP}}) \left[\chi(n, \nu) + \bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_b^{\text{BFKLP}}) (\bar{\chi}(n, \nu) + \frac{T^{\text{conf}}}{N_c} \chi(n, \nu)) \right]}$$
$$\times (\alpha_s^{\text{MOM}}(\mu_b^{\text{BFKLP}}))^2 c_1(n, \nu) c_2(n, \nu) \times \left[1 + \bar{\alpha}_s^{\text{MOM}}(\mu_b^{\text{BFKLP}}) \left\{ \frac{\bar{c}_1^{(1)}(n, \nu)}{c_1(n, \nu)} + \frac{\bar{c}_2^{(1)}(n, \nu)}{c_2(n, \nu)} + \frac{2T^{\text{conf}}}{N_c} + \frac{\beta_0}{4N_c} \chi(n, \nu) \right\} \right],$$

Case (a) лучше воспроизводит μ^{BFKLP} для \mathcal{C}_0

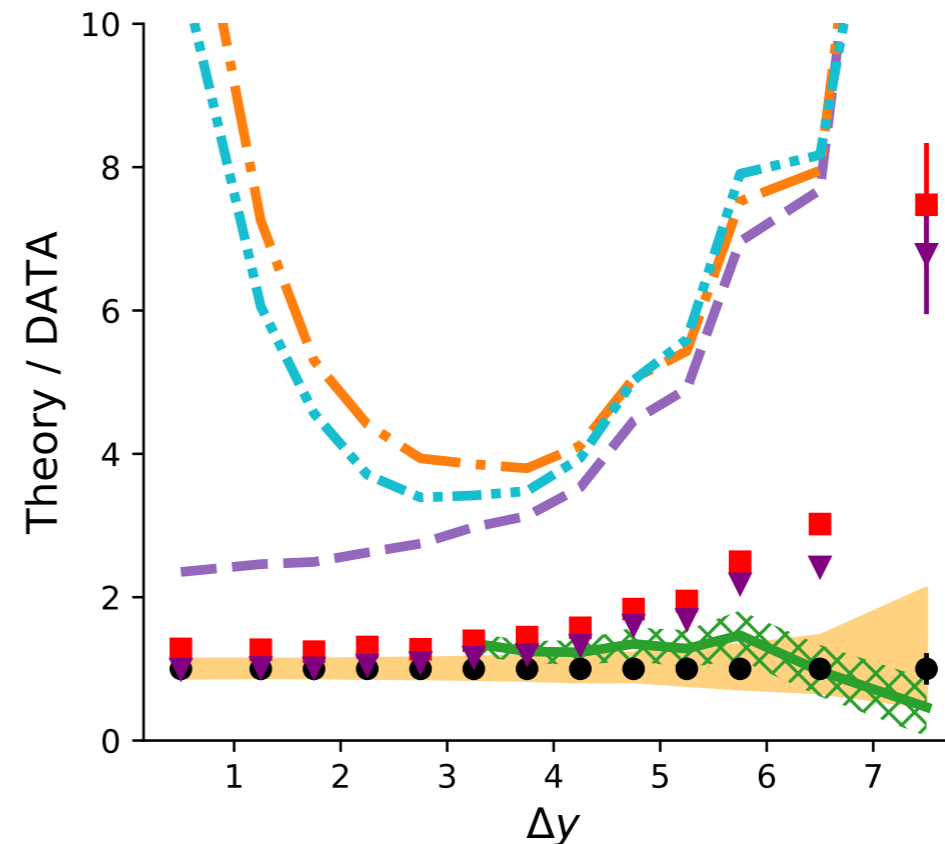
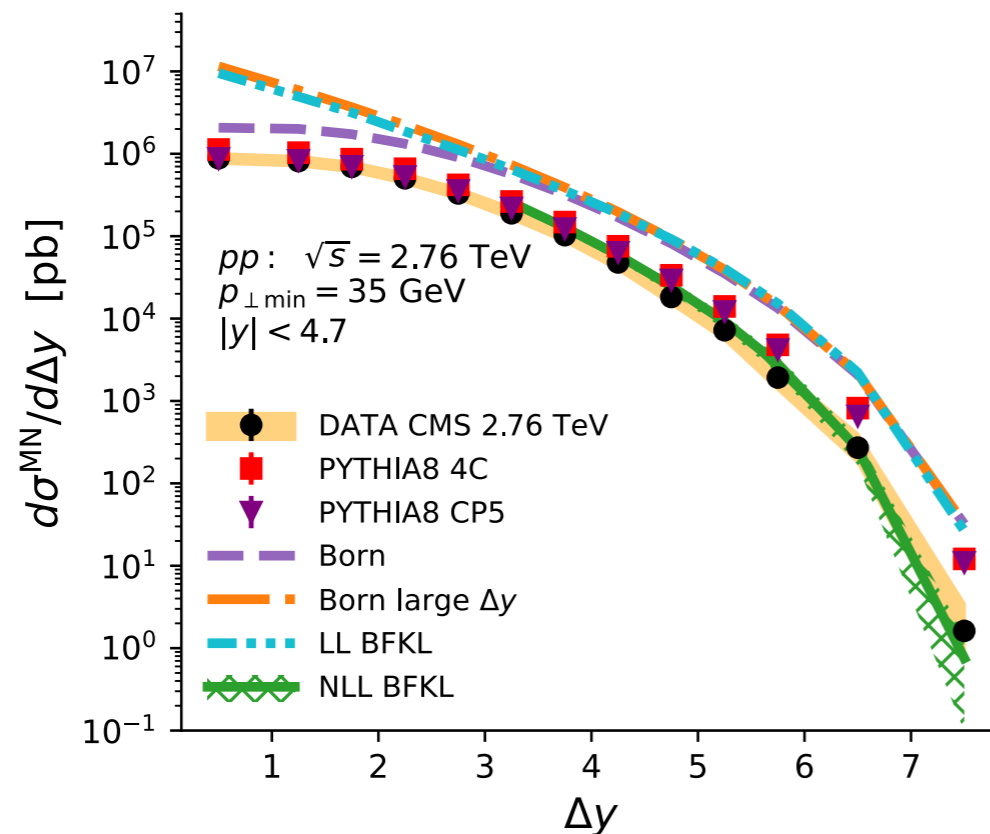
F. G. Celiberto, D. Yu. Ivanov, B. Murdaca & A. Papa

[\[Phys. Rev. D 91 \(2015\) 114009\]](#)

Case (a) \Rightarrow оценка МН сечения; Case (a) - Case(b) \Rightarrow Оценка неопределенности

Первое сравнение: СГЛП БФКЛ для МН сечений при 2.76 ТэВ

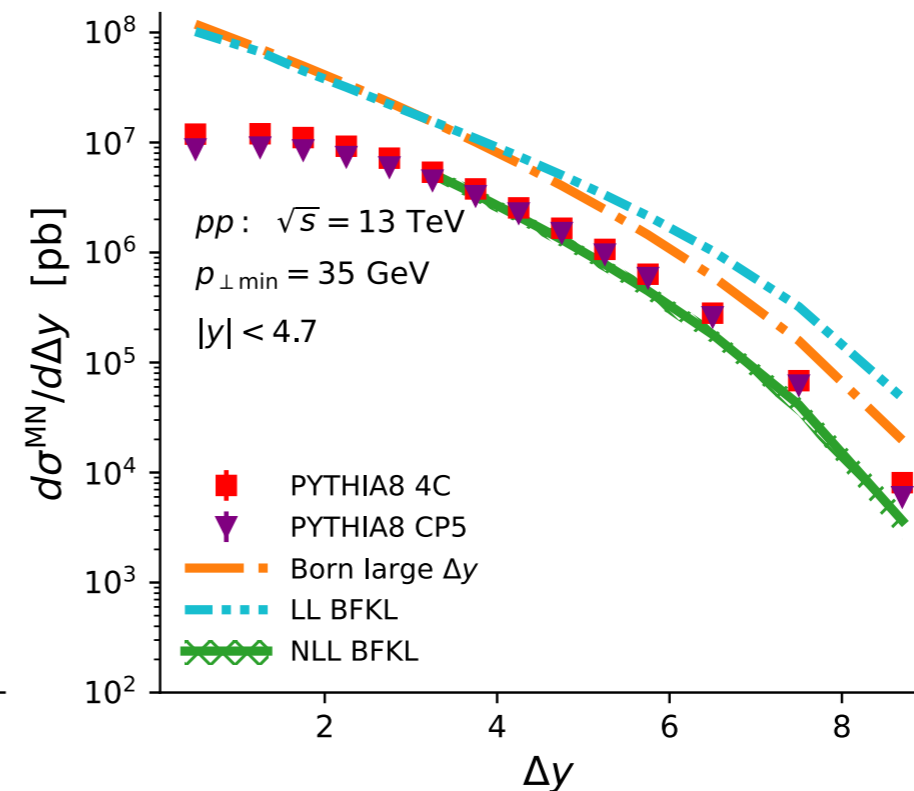
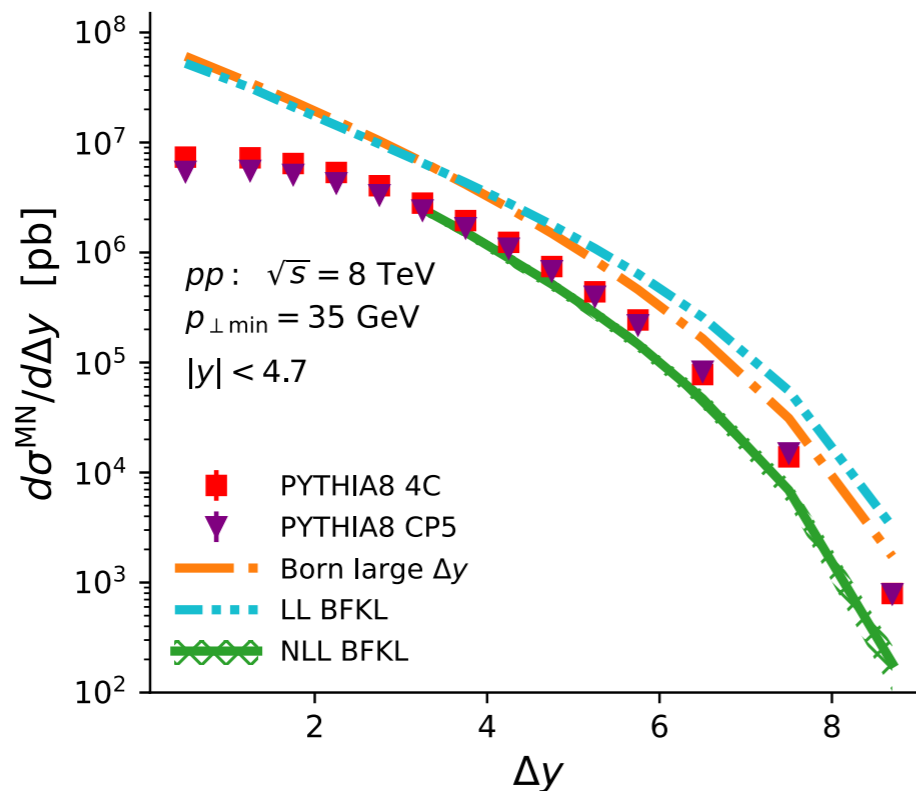
А. Ю. Е. and В. Т. Ким [Phys. Rev. D 108 (2023) 014010]



- СГЛП БФКЛ расчет согласуется с данными при больших Δy
- Все другие расчеты основанные на ГП+ГЛП ГЛАПД переоценивают данные CMS при больших Δy (Born, PYTHIA8, HERWIG [JHEP03(2022)189])
- СГП+ГЛП ГЛАПД POWHEG+PYTHIA8/HERWIG переоценивает CMS данные при больших Δy [JHEP03(2022)189].

Предсказания при 8 и 13 TeV

А. Ю. Е. and В. Т. Ким [Phys. Rev. D 108 (2023) 014010]



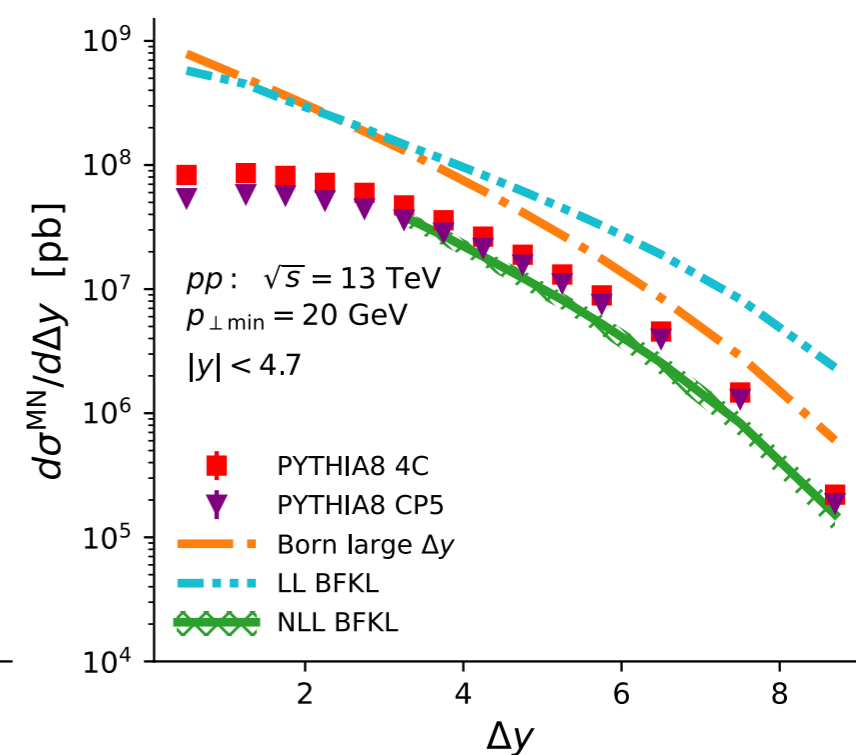
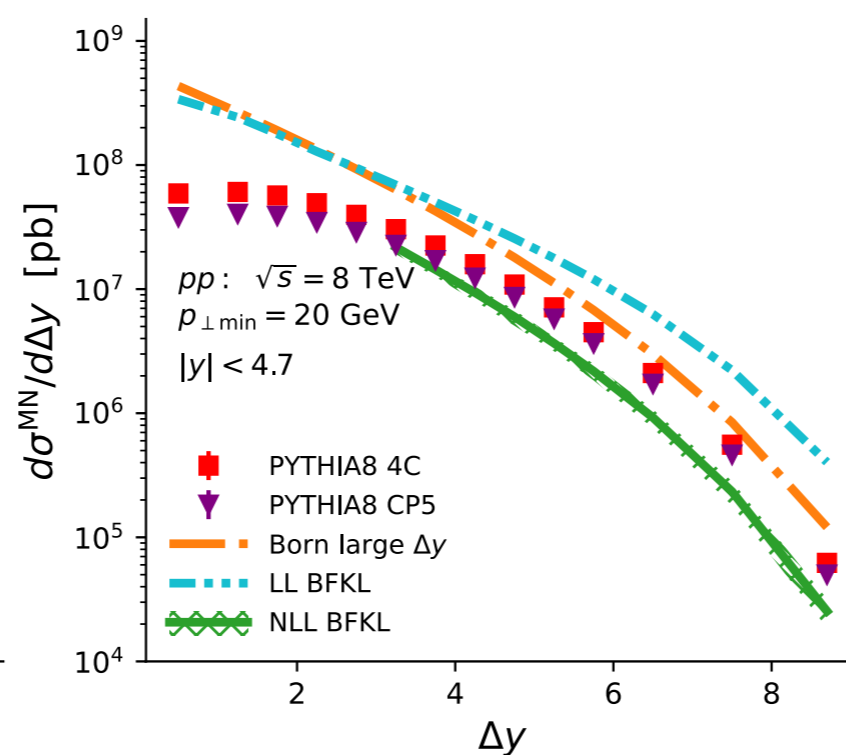
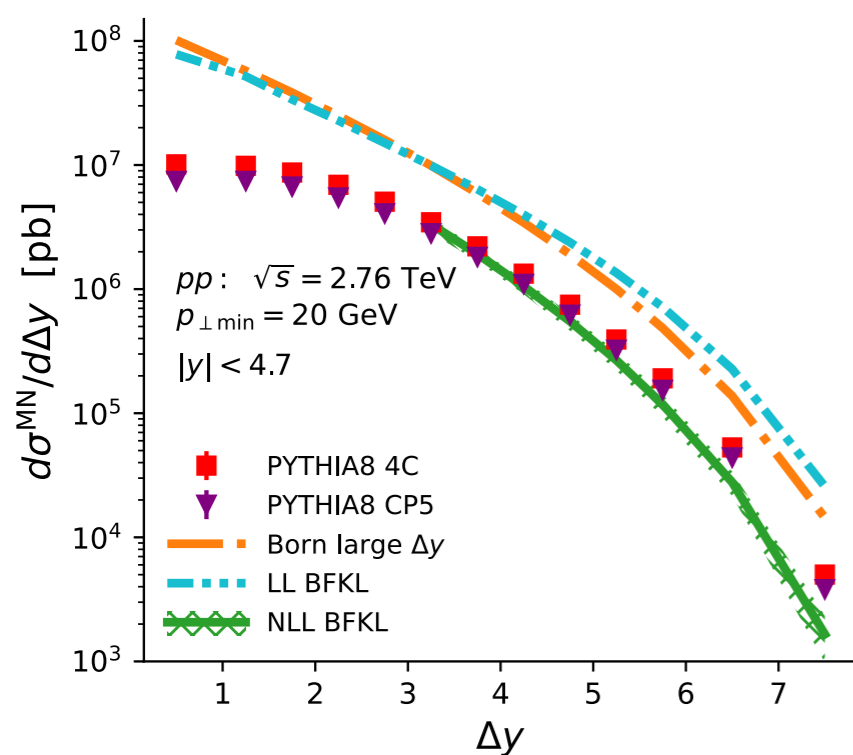
- СГЛП БФКЛ предсказывает наименьшие значения МН сечений при больших Δy
- Разница между Born (ГП+ГЛП ГЛАПД) и LL BFKL (ГЛП БФКЛ) увеличивается с \sqrt{s} и $\Delta y \Rightarrow$ усиление ожидаемых эффектов БФКЛ с увеличением \sqrt{s} и Δy

СГЛП БФКЛ для МН сечений с пониженным $p_{\perp \min} = 20$ ГэВ/с

при 2.76, 8 и 13 ТэВ

А. Ю. Е. and В. Т. Ким

[[Phys. Rev. D 108 \(2023\) 014010](#)]

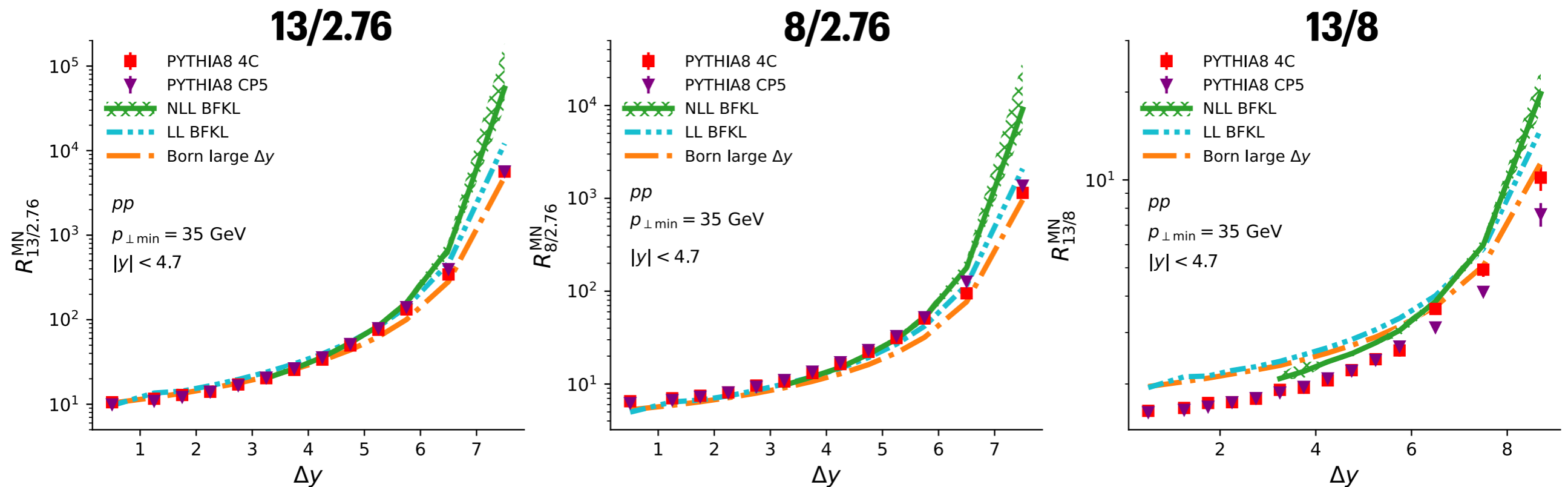


- СГЛП БФКЛ предсказывает наименьшие значения МН сечений при больших Δy
- Понижение $p_{\perp \min} \Rightarrow$ увеличение чувствительности к БФКЛ эффектам

СГЛП БФКЛ для отношений МН сечений при разных энергиях, $p_{\perp \min} = 35$ ГэВ/с

А. Ю. Е. and В. Т. Ким

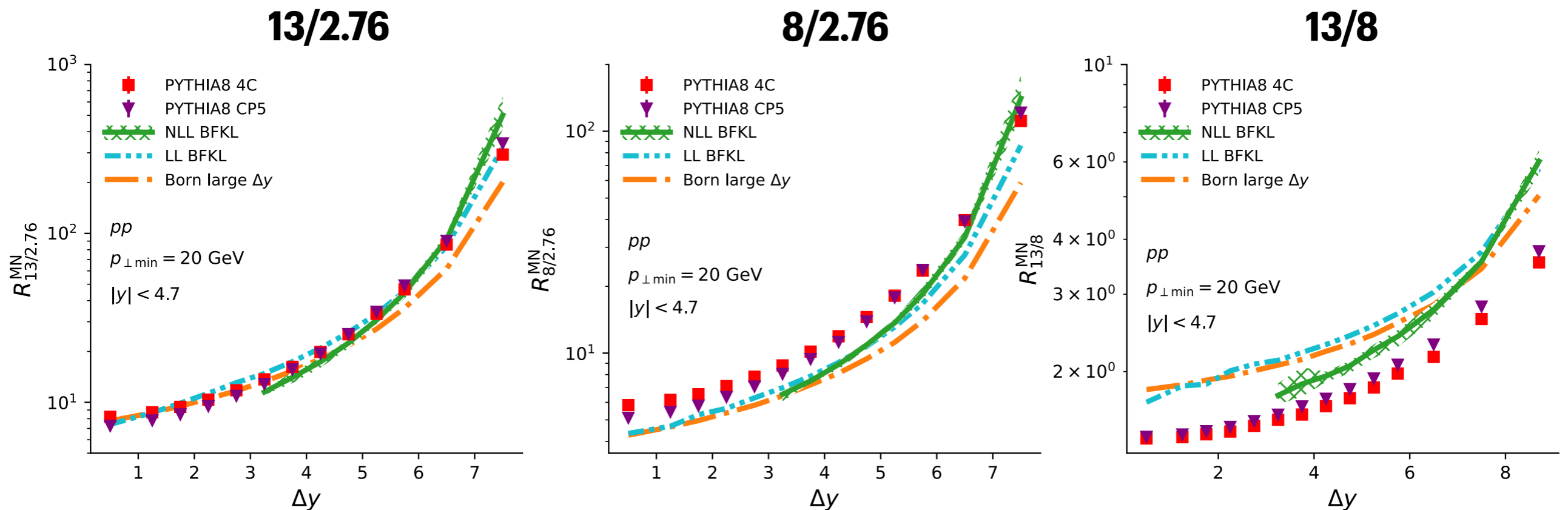
[[Phys. Rev. D 108 \(2023\) 014010](#)]



- СГЛП БФКЛ предсказывает наибо́льший рост с Δy
- Предсказания ГЛАПД и БФКЛ расчетов хорошо разделимы при больших Δy
- Эти отношения чувствительны к эффектам БФКЛ

СГЛП БФКЛ для отношений МН сечений при разных энергиях, $p_{\perp \min} = 20$ ГэВ/с

А. Ю. Е. and В. Т. Ким [\[Phys. Rev. D 108 \(2023\) 014010\]](#)



- СГЛП БФКЛ предсказывает наибо́льший рост с Δy
- Предсказания ГЛАПД и БФКЛ расчетов хорошо разделимы при больших Δy
- Эти отношения чувствительны к эффектам БФКЛ

Выводы по сравнению СГЛП БФКЛ расчета и МН сечений

- Представлено первое сравнение СГЛП БФКЛ расчета с измерениями МН сечений при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ
- СГЛП БФКЛ расчет согласуется с результатами измерений CMS в то время как все остальные расчеты переоценивают результаты измерений при больших Δy
- Отношения МН сечений при разных энергиях - наблюдаемая чувствительная к эффектам БФКЛ эволюции
- Даны предсказания, которые могут быть измерены на LHC

Учет вето на основе БМС эволюции

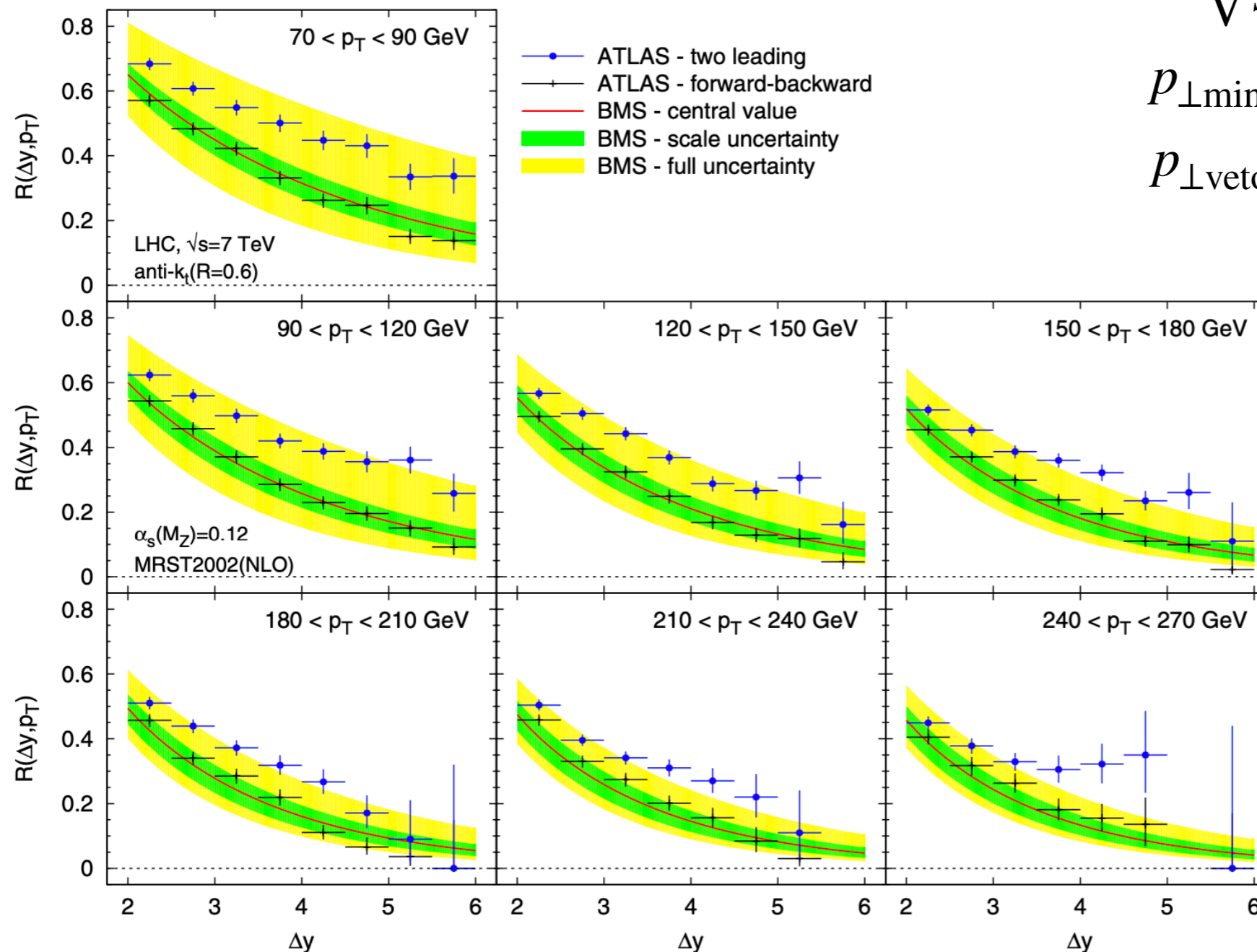
Y.Hatta et al. (2013) [[Phys. Rev. D 87, 054016](#)]

Банфи-Маркезини-Смай (БМС) [[JHEP 08 \(2002\) 006](#)]

$$\sqrt{s} = 7 \text{ ТэВ}$$

$$p_{\perp \text{min}} = 70 \text{ ГэВ/с}$$

$$p_{\perp \text{veto}} = 20 \text{ ГэВ/с}$$



Уравнение БМС

Банфи-Маркезини-Смай (БМС) [[JHEP 08 \(2002\) 006](#)]

$$P_{out}(Q, E_{out}) = \sum_n \int \frac{d\sigma_n}{\sigma_T} \Theta(E_{out} - \sum_{out} q_{ti})$$

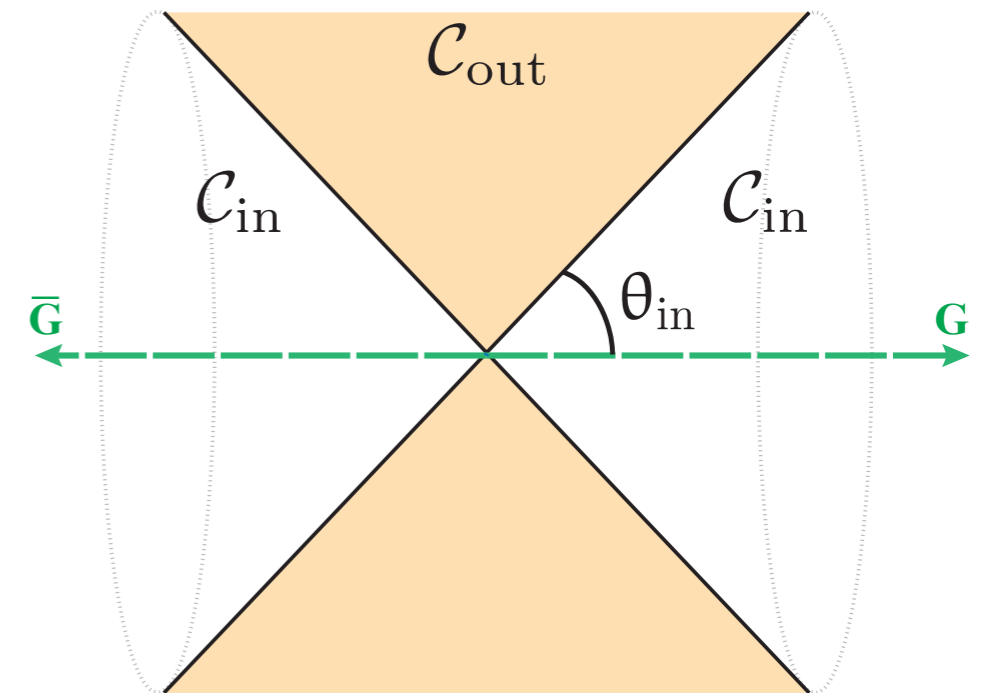
Мягкие глюоны, большое N_c , упорядочение по p_T ;

Излучение на большой угол, Судаковские и не-глобальные логарифмы;

$$\partial_\tau P_{ab}(\tau) = -(\partial_\tau R_{ab})P_{ab} + \int_{in} \frac{d\Omega_q}{4\pi} w_{ab}(q) [P_{aq}(\tau)P_{qb}(\tau) - P_{ab}(\tau)]$$

$$\tau = \int_{Q_{veto}}^Q \frac{dq_t}{q_t} \frac{\alpha_s(q_t) C_A}{\pi}; \quad Q_{veto} = p_{\perp vto}; \quad w_{ab}(q) = \frac{1 - \cos \theta_{ab}}{(1 - \cos \theta_{aq})(1 - \cos \theta_{qb})}$$

$$R_{ab}(\tau) = \int_{Q_{veto}}^Q \frac{dq_t}{q_t} \bar{\alpha}_s(q_t) \int_{out} \frac{d\Omega_q}{4\pi} w_{ab}(q) \approx \tau f_{ab};$$



Межструйное вето

$$\frac{d\sigma^{veto}}{d\Delta y d^2 p_T} = \sum_{ij}^{q, \bar{q}, g} \int_{\bar{y}_{min}(p_T, \Delta y)}^{\bar{y}_{max}(p_T, \Delta y)} d\bar{y} x_1 f_i(x_1, p_T) x_2 f_j(x_2, p_T) \frac{1}{\pi} \frac{d\hat{\sigma}_{ij}^{veto}}{d\hat{t}}$$

в пределе большого N_c , в одноглюонном обмене,

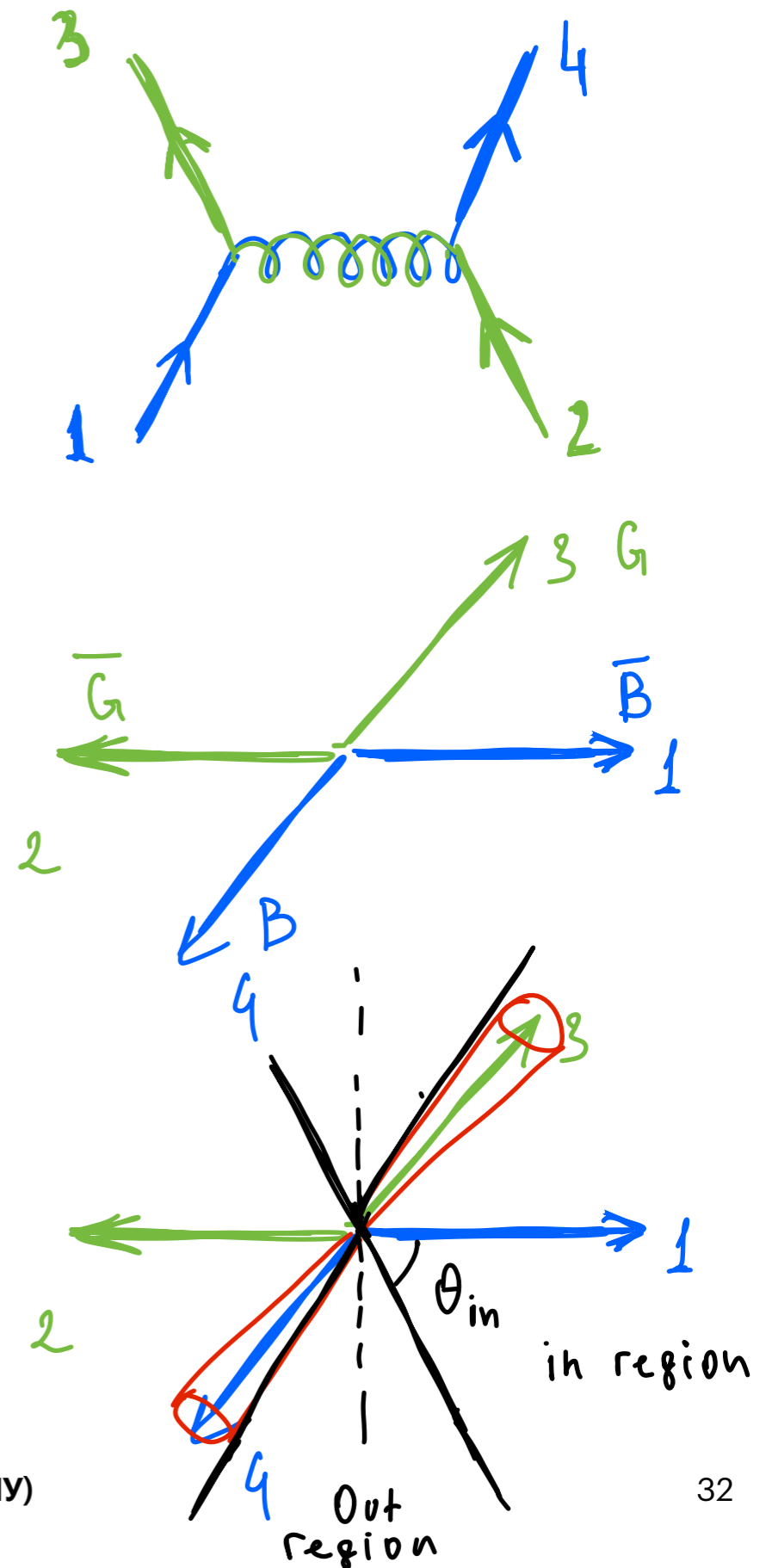
цвет течет от $1 \rightarrow 4$ и $2 \rightarrow 3$

$$\frac{d\hat{\sigma}_{qq'}^{veto}}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} (h^A(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) P_{14} P_{23} + h^A(\hat{s}, \hat{u}, \hat{t}) P_{13} P_{24})$$

$$h^A(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = g^4 \frac{C_F}{N_c} \left(\frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} \right)$$

$$y_{in} = \frac{\Delta y}{2} - R_{jet}$$

$$y_{in} = -\log \tan \left(\frac{\theta_{in}}{2} \right)$$



Струйное вето

$$y_{bound} = 4.7$$

$$\partial_\tau P_{ab}(\tau) = -(\partial_\tau R_{ab})P_{ab} + \int_{C_{in}} \frac{d\Omega_q}{4\pi} w_{ab}(q) [P_{aq}(\tau)P_{qb}(\tau) - P_{ab}(\tau)]$$

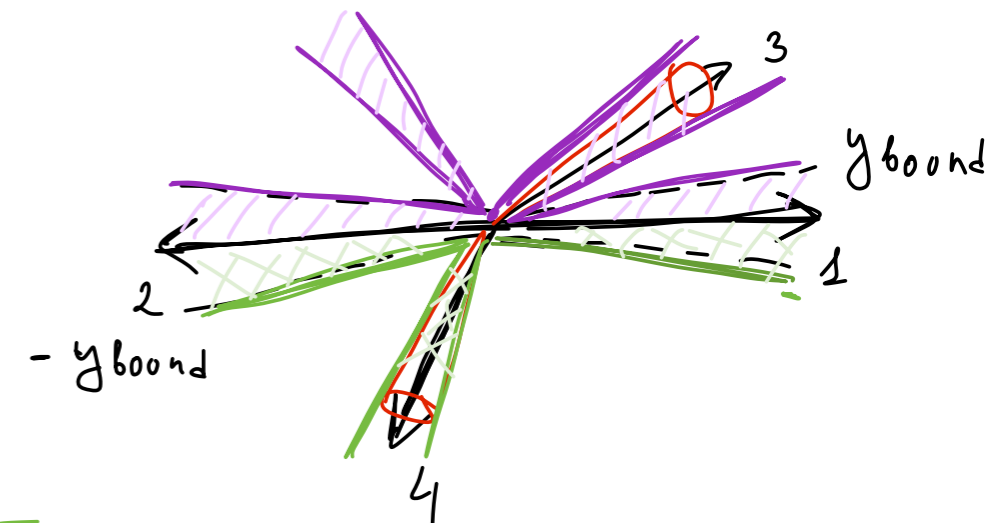
$$R_{ab}(\tau) = \int_{E_{out}}^Q \frac{dq_t}{q_t} \bar{\alpha}_s(q_t) \int_{C_{out}} \frac{d\Omega_q}{4\pi} w_{ab}(q) \approx \tau f_{ab} C_{out}$$

До C_{out} определялось Δy (100 Систем)

Теперь C_{out} - функция типа диполя, а так же:

y_{bound} , Y , Δy

(100x100x6 = 60k Систем)



$$\sum_{24} C_{out} \in [-y_{bound}, y_4 - R] \\ [y_4 + R, y_{bound}]$$

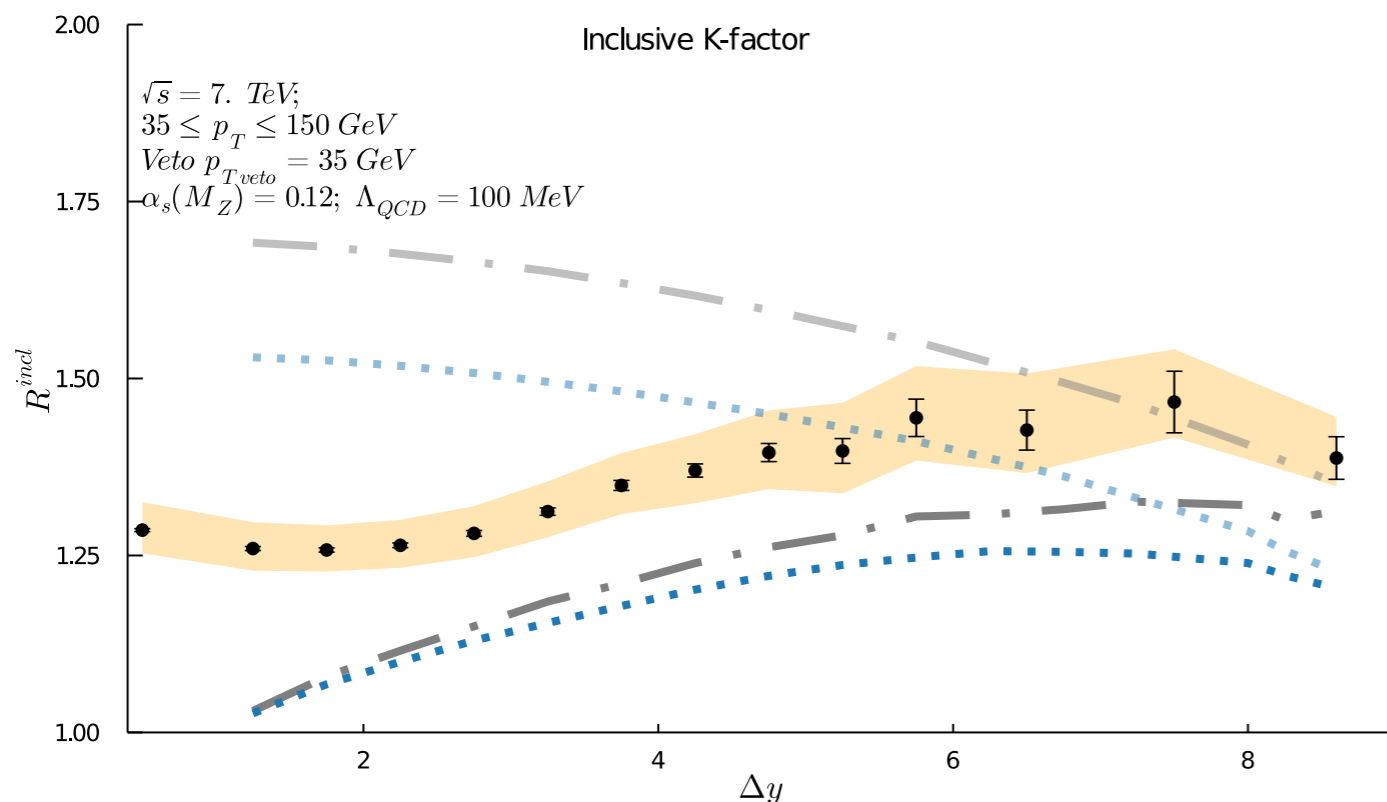
$$\sum_{34} C_{out} \in [-y_{bound}, y_4 - R] \\ [y_4 + R, y_3 - R] \\ [y_3 + R, y_{bound}]$$

Результаты

Sudakov and BMS

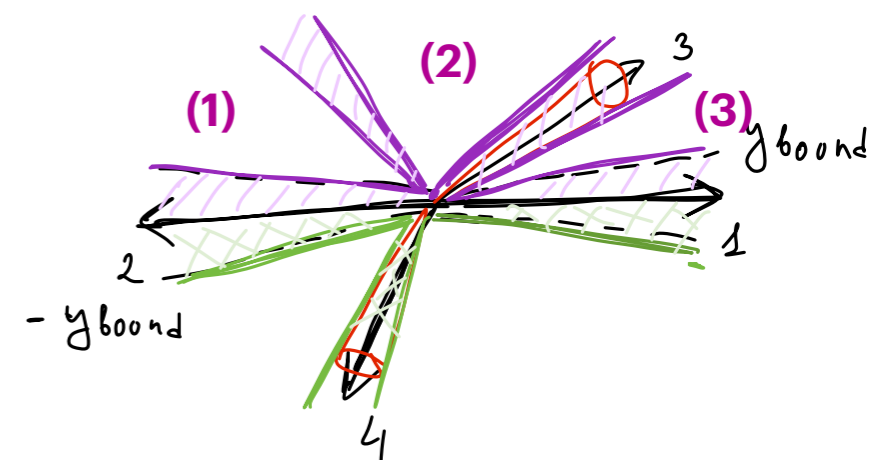
А. Ю. Е. и В. Т. Ким

[J. Phys. Conf. Ser 1690 (2020) 012158]



- БМС

$$P_{34}(\tau) = P_{34}(\tau)^{(1)} P_{34}(\tau)^{(2)} P_{34}(\tau)^{(3)}$$



- Судаков: $\partial_\tau P_{ab}(\tau) = -(\partial_\tau R_{ab})P_{ab}$

$$R_{ab}(\tau) = \int_{p_{\perp \text{ veto}}}^Q \frac{dq_t}{q_t} \bar{\alpha}_s(q_t) \int_{C_{out}} \frac{d\Omega_q}{4\pi} w_{ab}(q) \approx \tau f_{ab} C_{out}$$

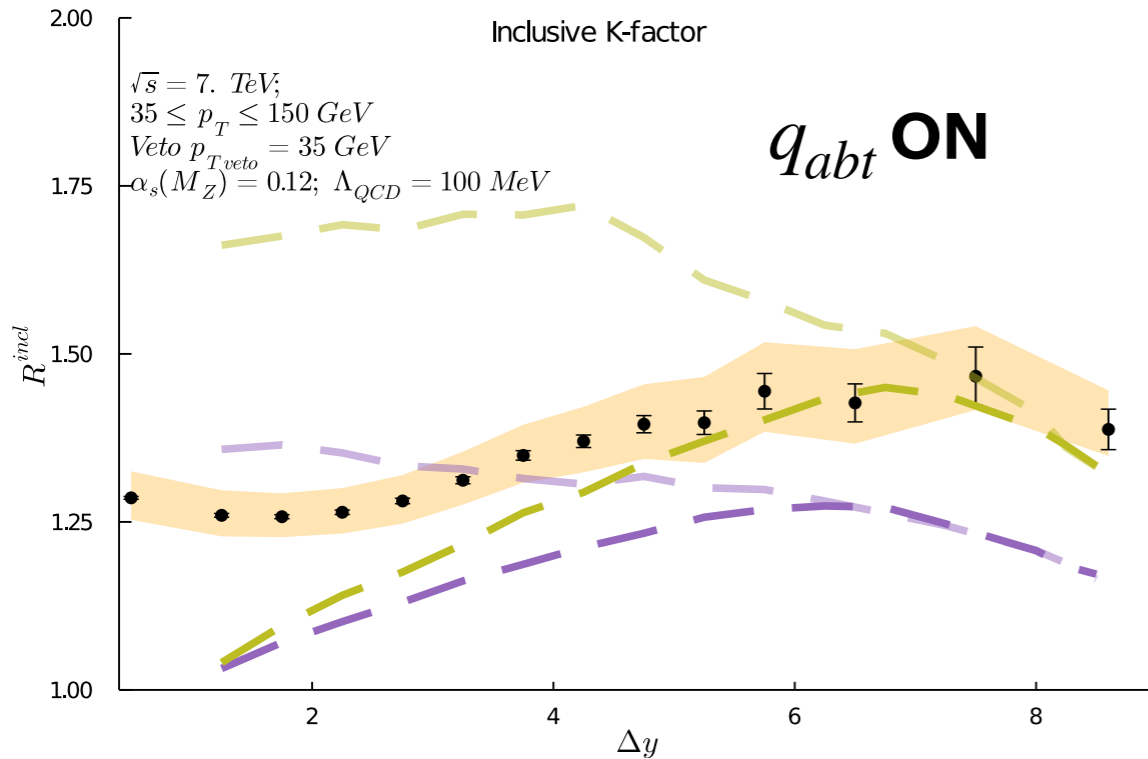
$$\sum_{24} C_{out} \in [-y_{bound}, y_4 - R] \\ [y_4 + R, y_{bound}]$$

$$\sum_{34} C_{out} \in [-y_{bound}, y_4 - R] \\ [y_4 + R, y_3 - R] \\ [y_3 + R, y_{bound}]$$

Результаты применения МК алгоритма

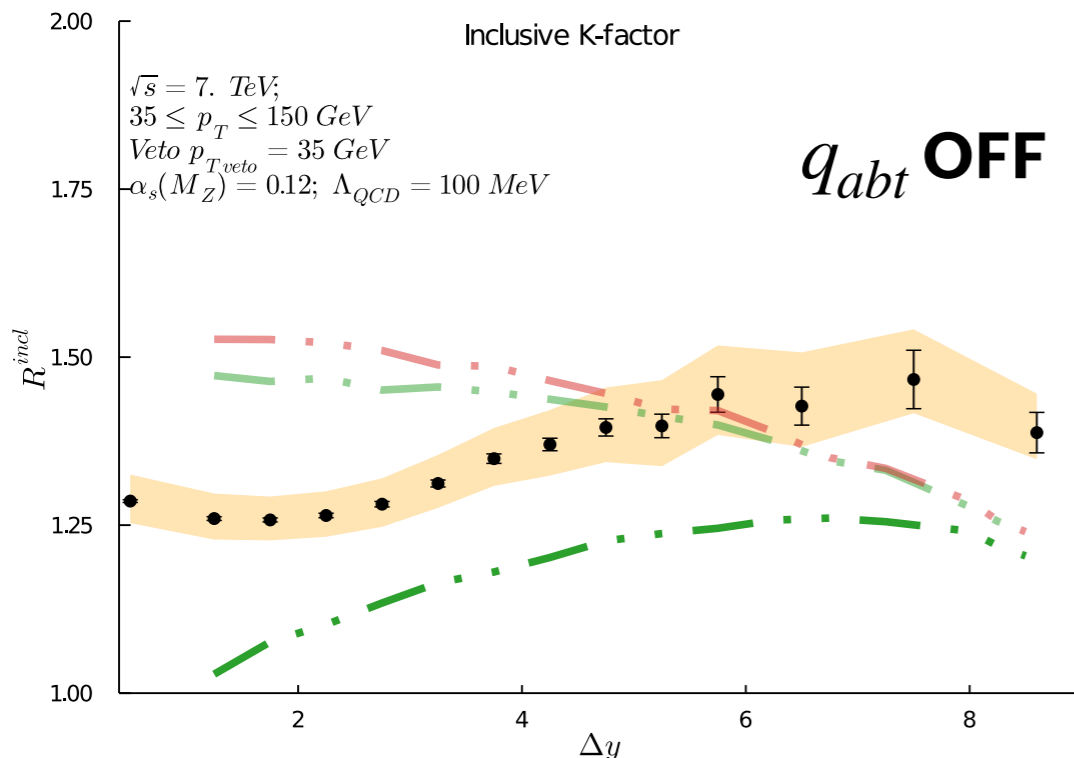
А. Ю. Е. и В. Т. Ким

[[J. Phys. Conf. Ser 1690 \(2020\) 012158](https://arxiv.org/abs/1908.01215)]



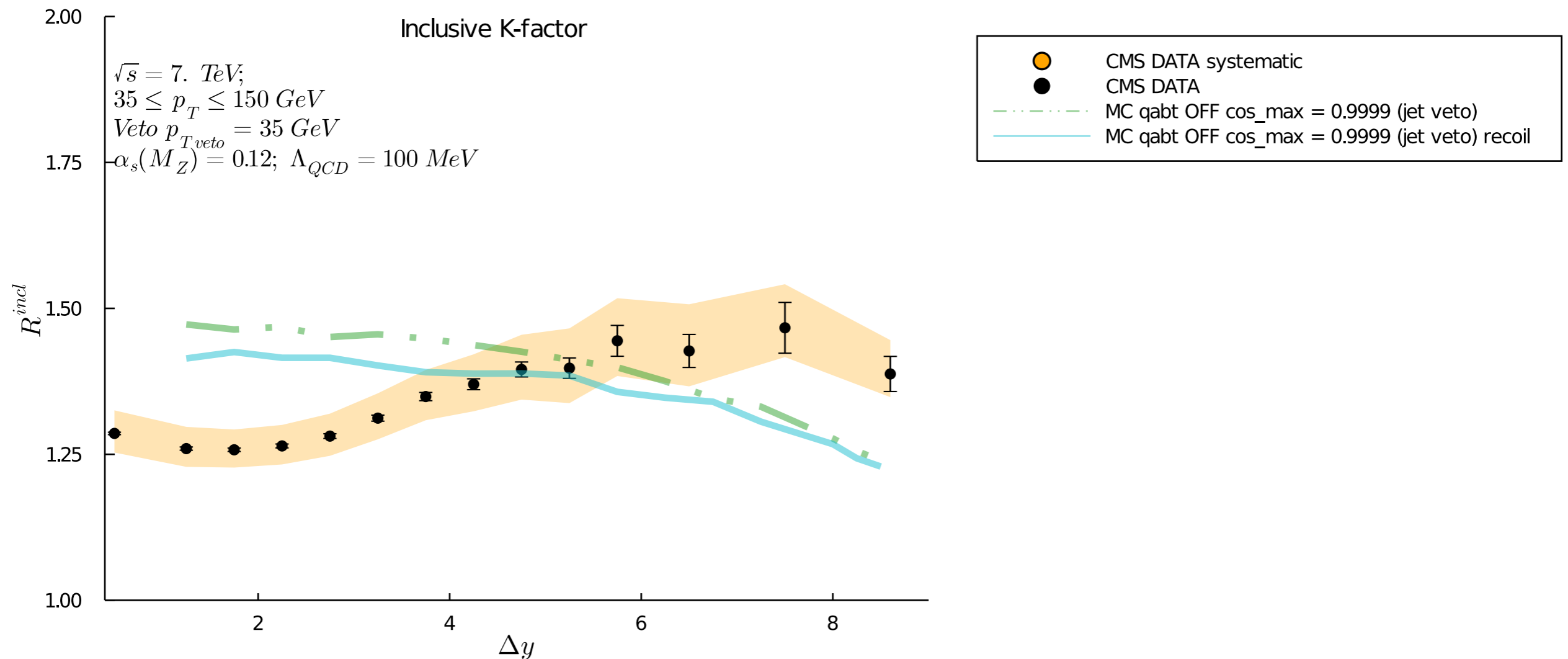
Маркезини 2006 [[arXiv:hep-ph/0601068](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0601068)]

$$q_{abt}^2 = \frac{2\omega_q^2}{w_{ab}(q)}$$



Учет сохранения энергии-импульса

А. Ю. Е. and В. Т. Ким [[J. Phys. Conf. Ser 1690 \(2020\) 012158](#)]



Выводы по применению БМС эволюции для струйного вето

- Приближение мягких глюонов подходит для изучения потока энергии и струйного вето.
- МК алгоритм дает решение БМС уравнения намного быстрее
- МК алгоритм намного лучше подходит для струйного вето
- В случае струйного вето необходима модификация МК алгоритма учитывающая сохранение энергии и отдачу.
- БМС эволюция хорошо работает, когда область вето достаточно далеко (по углу) от жестких струй.

Модификация подхода БМС (1)

Борновское сечение подпроцесса \Rightarrow СГЛП БФКЛ сечение подпроцесса

Большие Δy $\hat{s}, |\hat{u}| \gg |\hat{t}|$

$$\frac{d\hat{\sigma}_{ij}(x_1 x_2 S, \mu_F, \mu_R)}{dy_1 dy_2 d^2\vec{p}_{T1} d^2\vec{p}_{T2}} \xrightarrow{\Delta y \rightarrow \infty} C_i \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dy_1 dy_2 d^2\vec{p}_{T1} d^2\vec{p}_{T2}}$$

P_{ab} могут быть усреднены по $f^{\text{eff}}(x, Q)$

$$P^{\text{eff}} = \frac{1}{f^{\text{eff}}(x_1) f^{\text{eff}}(x_2)} \left[\left(\frac{C_A}{C_F} \right)^2 f_g(x_1) f_g(x_2) P_{gg} + \frac{C_A}{C_F} \left(f_g(x_1) \sum_{i=q, \bar{q}} f_i(x_2) + f_g(x_2) \sum_{i=q, \bar{q}} f_i(x_1) \right) P_{gq} \right. \\ \left. + \left(\sum_{\substack{i=q \\ j=q}} f_i(x_1) f_j(x_1) + \sum_{\substack{i=\bar{q} \\ j=\bar{q}}} f_i(x_1) f_j(x_1) \right) P_{qq} + \left(\sum_{\substack{i=q \\ j=\bar{q}}} f_i(x_1) f_j(x_2) + \sum_{\substack{i=\bar{q} \\ j=q}} f_i(x_1) f_j(x_2) \right) P_{q\bar{q}} \right]$$

$$P_{gg} = \frac{1}{2} (P_{12} P_{13} P_{24} P_{34} + P_{14} P_{24} P_{13} P_{23})$$

$$P_{gq} = \frac{1}{2} (P_{24} P_{12} P_{34} + P_{24} P_{14} P_{23})$$

$$P_{qq} = P_{14} P_{23}$$

$$P_{q\bar{q}} = P_{12} P_{34}$$

Модификация подхода БМС (2)

Глюон представляется двумя цветовыми диполями

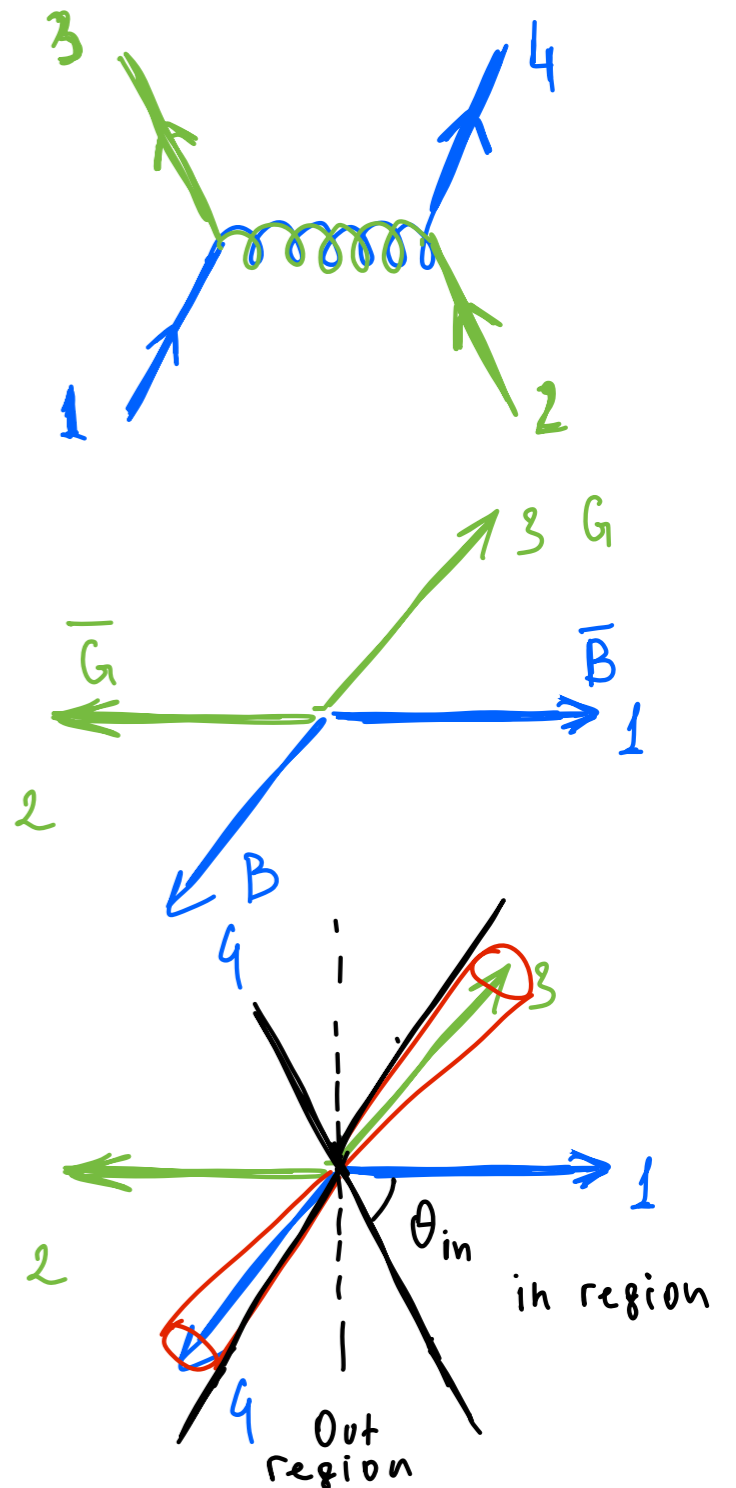
$$\frac{d\hat{\sigma}_{qq'}^{veto}}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} (h^A(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u})P_{14}P_{23} + h^A(\hat{s}, \hat{u}, \hat{t})P_{13}P_{24})$$

Концы каждого из диполей - триплет-анти триплет

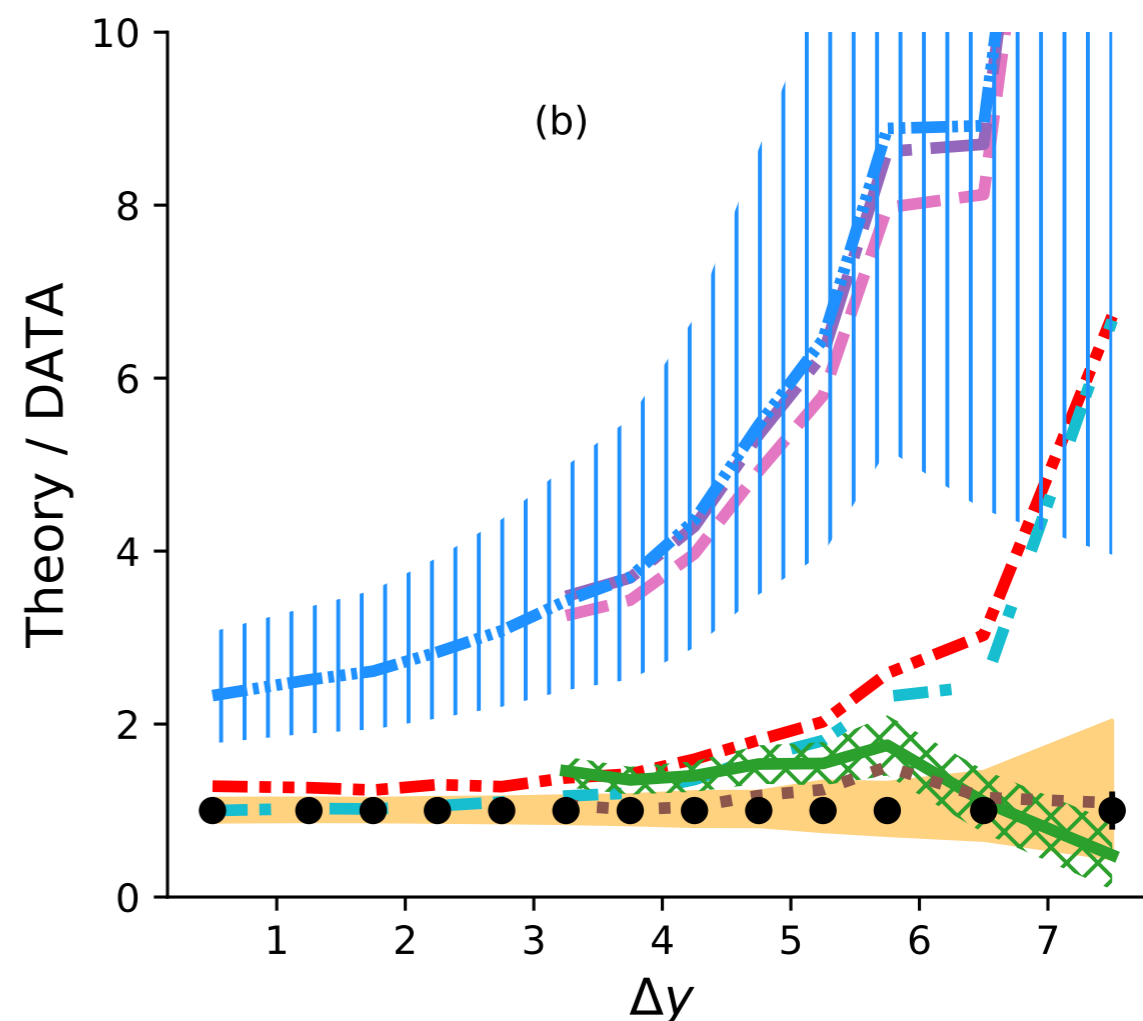
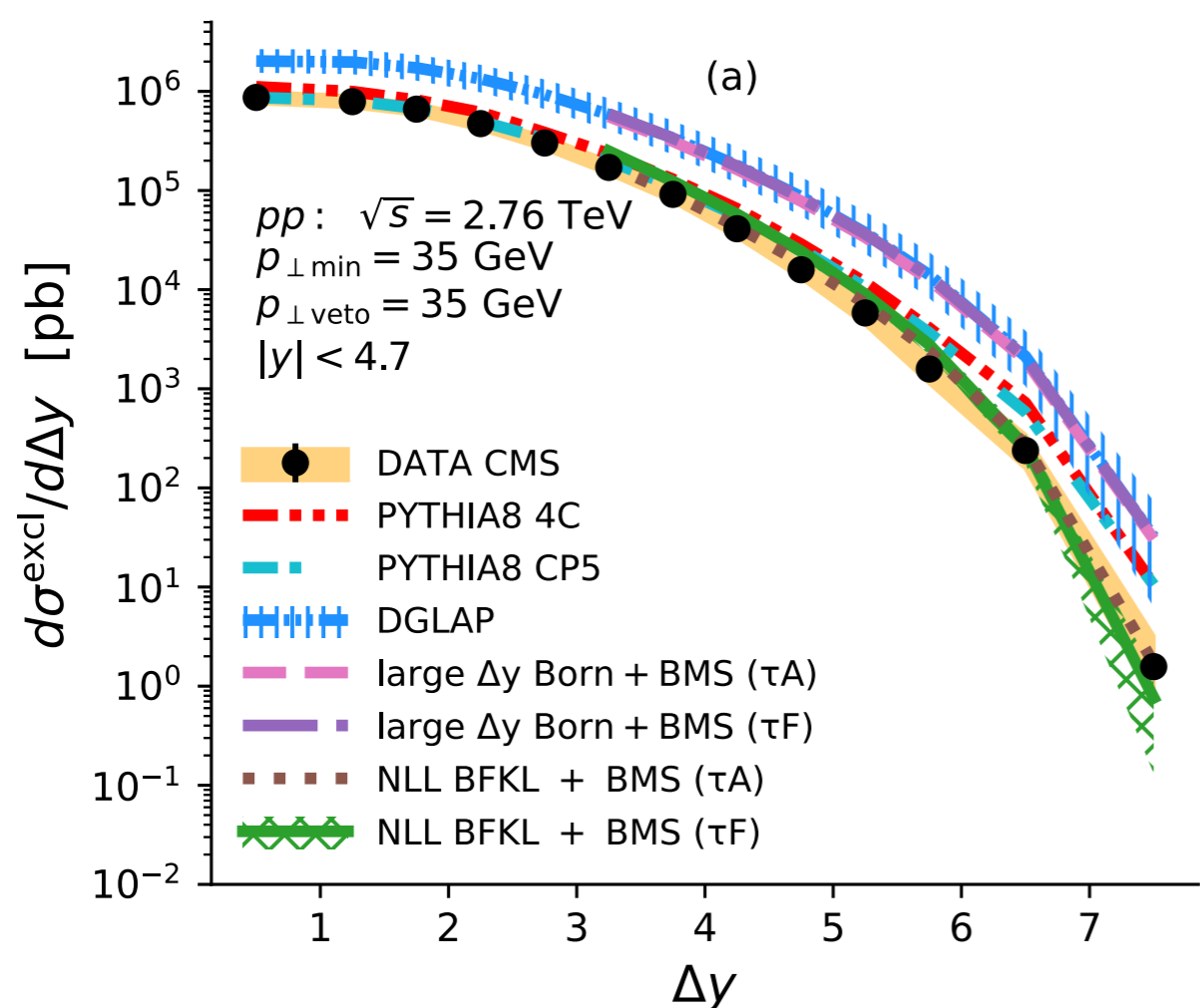
каждый диполь должен излучать $\propto \alpha_s C_F$,

тогда два диполя излучают $\propto \alpha_s(C_F + C_F) = \alpha_s(C_A + 1/N_c)$

$$\tau = \int_{Q_0}^Q \frac{dq_t}{q_t} \frac{\alpha_s(q_t) C_A}{\pi} \Rightarrow \tau = \int_{Q_0}^Q \frac{dq_t}{q_t} \frac{\alpha_s(q_t) C_F}{\pi}$$

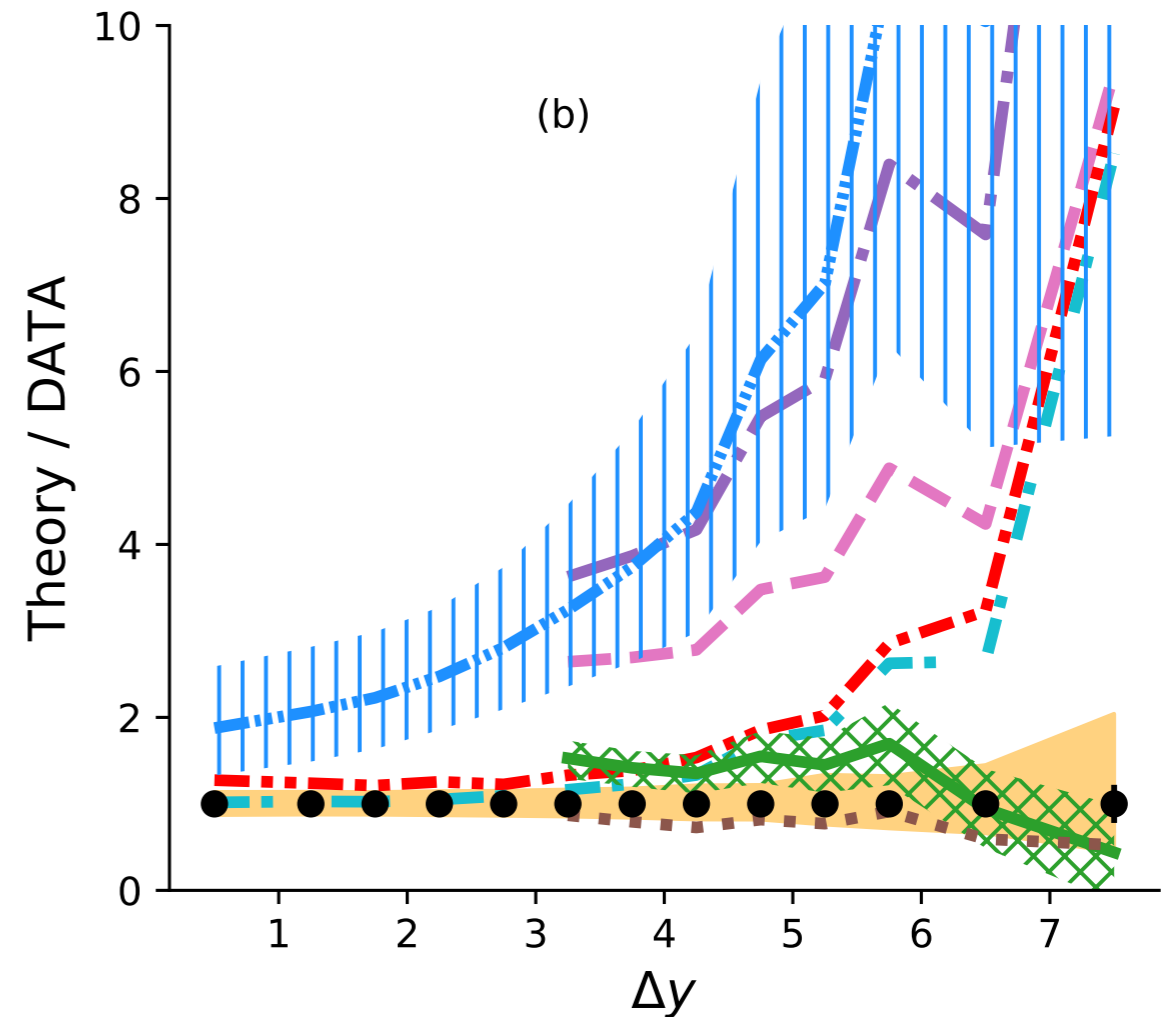
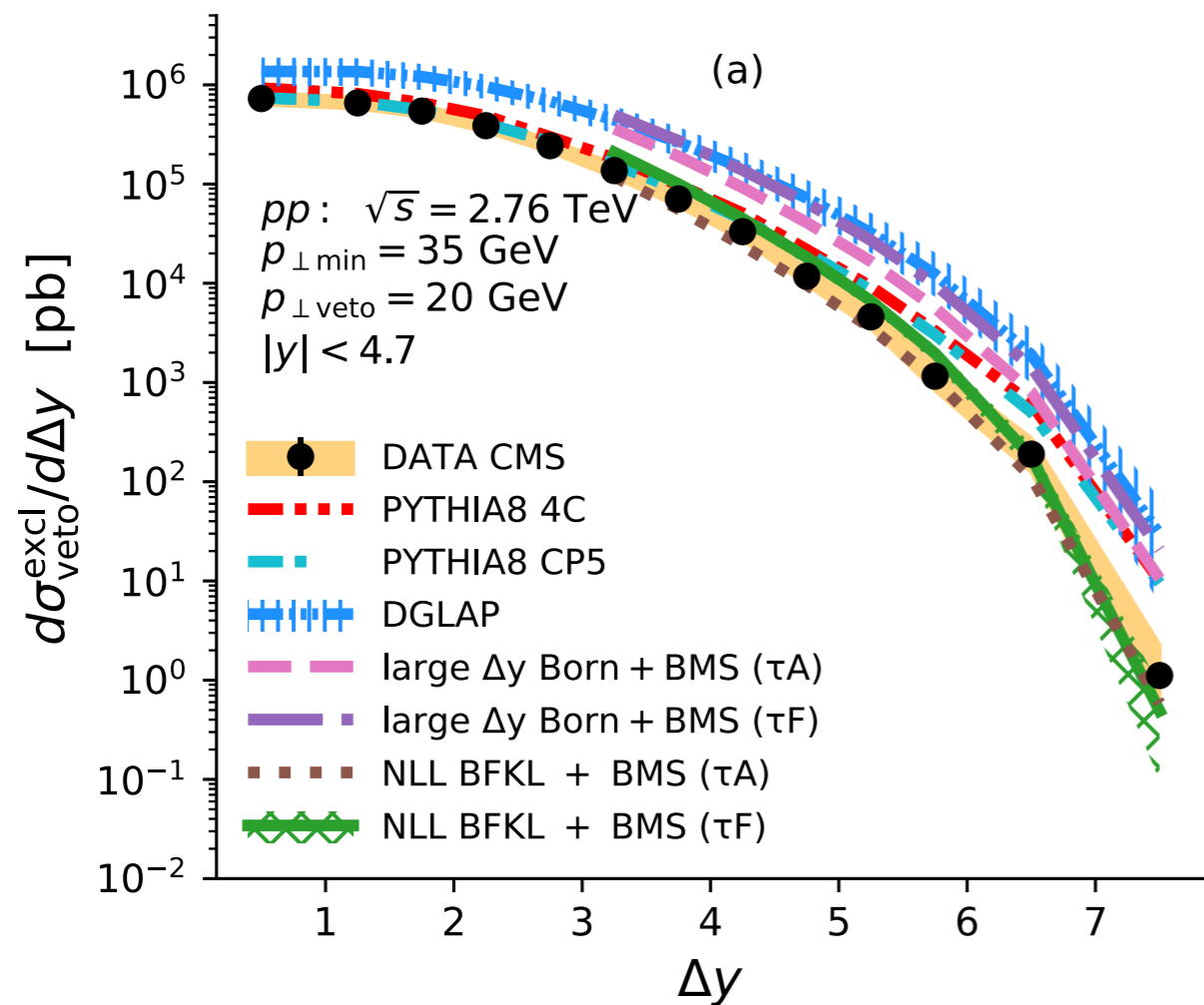


$d\sigma^{\text{excl}}/d\Delta y$ при 2.76 TeV



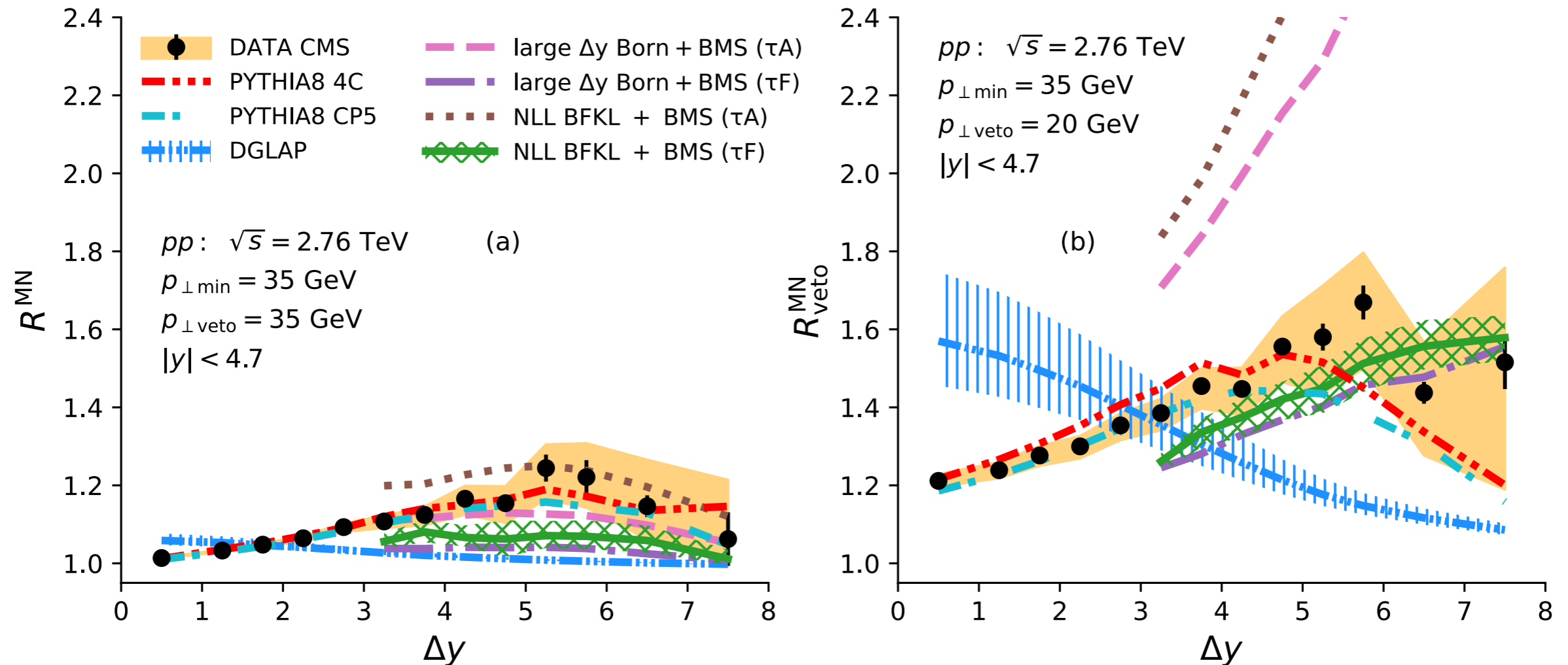
- Разница между БФКЛ+БМС и Борновский подпроцесс+БМС существенна \Rightarrow наблюдаемая чувствительна к правильному учету партонного подпроцесса
- СГЛП БФКЛ + БМС расчет (τ_A и τ_F) согласуется с данными при больших Δy
- Все другие расчеты, основанные на Борновском партонном подпроцессе переоценивают сечение при больших Δy

$d\sigma_{\text{veto}}^{\text{excl}}/d\Delta y$ при 2.76 TeV



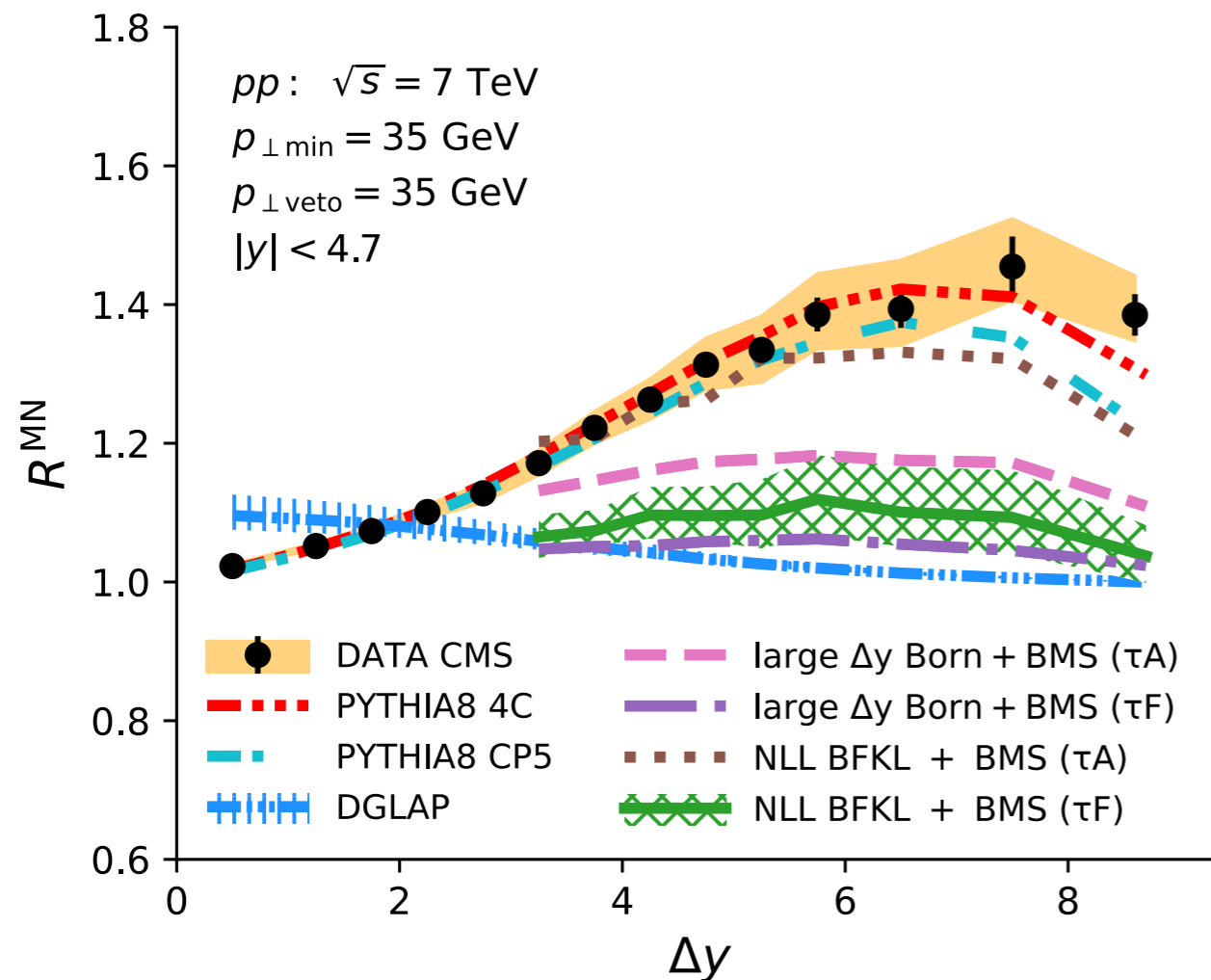
- СГЛП БФКЛ + БМС расчет (τ_A и τ_F) согласуется с данными при больших Δy
- Все другие расчеты, основанные на Борновском партонном подпроцессе переоценивают сечение при больших Δy

Отношения с вето R^{MN} и R_{veto}^{MN} при 2.76 TeV



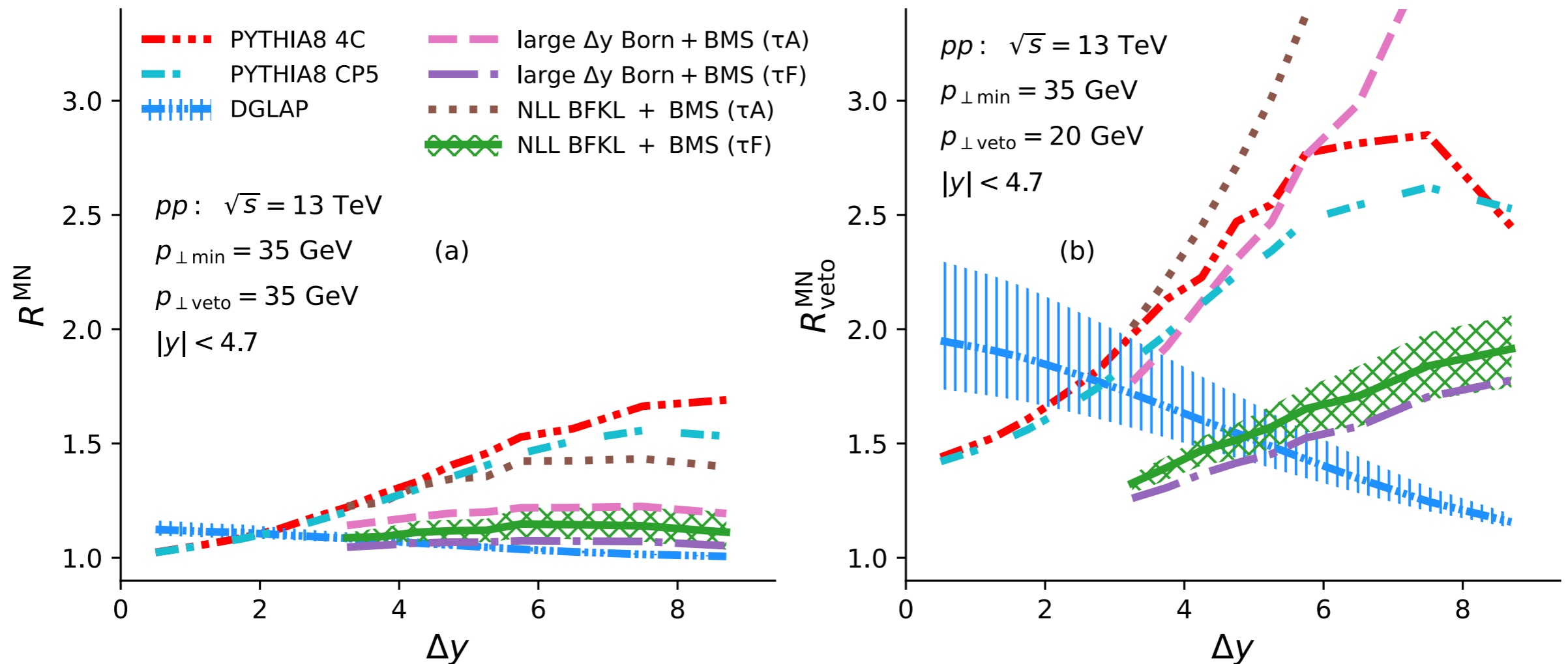
- Разница между БФКЛ+БМС и Борновский подпроцесс+БМС невелика \Rightarrow Наблюдаемая чувствительна к реализации учета вето.
- Чистый ГЛАПД расчет предсказывает падение отношений с Δy
- БМС расчет с τ_A сильно переоценивает отношение
- БМС предсказывает недостаточное излучение для описания отношений, когда $p_{\perp \text{ veto}} = p_{\perp \min}$

Отношение с вето R^{MN} при 7 ТэВ



- Чистый ГЛАПД расчет предсказывает падение отношения с Δy
- БМС расчет предсказывает слабый рост с \sqrt{s}
- БМС предсказывает недостаточное излучение для описания отношений, когда $p_{\perp \text{veto}} = p_{\perp \text{min}}$

Предсказания отношений с вето R^{MN} и R_{veto}^{MN} при 13 ТэВ



- Чистый ГЛАПД расчет предсказывает падение отношений с Δy
- БМС расчет предсказывает слабый рост с \sqrt{s}

Выводы по применению СГЛП БФКЛ+БМС приближения

- СГЛП БФКЛ+БМС - лучшее описание сечений с вето при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ
- Расчеты основанные на БМС согласуются с измерениями отношения $R_{\text{veto}}^{\text{MN}}$ при $p_{\perp\text{veto}} = 20$ ГэВ/с только с заменой C_A на C_F
- ГЛАПД без цветовой когерентности и БМС недооценивает R^{MN} , то есть недооценивает излучение когда $p_{\perp\text{veto}} = p_{\perp\text{min}}$
- БМС недооценивает рост отношений с вето с \sqrt{s}
- Модели цветовой когерентности (PYTHIA, HERWIG, БМС) сильно расходятся при больших Δy
- Все это указывает на проявление эволюции БФКЛ при исследованной энергии
- **Необходимо развитие методов учета вето, основанных на БФКЛ**

Положения выносимые на защиту

1. Впервые измерены в pp столкновениях Δy -дифференциальные сечения $d\sigma^{\text{incl}}/d\Delta y$ и $d\sigma^{\text{MN}}/d\Delta y$ и отношения $R_{\text{veto}}^{\text{incl}}$ и $R_{\text{veto}}^{\text{MN}}$ при энергии $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ.
2. Впервые измерены в pp столкновениях отношения R^{incl} и R^{MN} при энергии $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ, которые были измерены ранее при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ.
3. Измеренные Δy -дифференциальные сечения быстро падают при больших Δy . Падение быстрее чем предсказывается основанными на ГЛАПД моделями PYTHIA8, HERWIG++, POWHEG+PYTHIA8/HERWIG++/HERWIG7. Измеренное MN сечение согласуется с СГЛП БФКЛ расчетом, что свидетельствует в пользу проявления эффектов БФКЛ в pp столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ.
4. Отношения сечений R^{incl} , R^{MN} , $R_{\text{veto}}^{\text{incl}}$ и $R_{\text{veto}}^{\text{MN}}$ растут с увеличением Δy , что связано с увеличением фазового пространства для упорядоченного по скорости излучения согласно ожиданиям БФКЛ. При самых больших Δy рост сменяется падением, что связано с кинематическими ограничениями на излучение струй дополнительных к паре. Отношения R^{incl} , R^{MN} растут быстрее с Δy при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ, чем при 2.76 ТэВ, и переход от роста к падению наблюдается при больших значениях Δy .
5. Модели, использующие p_{\perp} -упорядоченный ГЛАПД партонный каскад с поправками на цветовую когерентность (PYTHIA, HERWIG, БМС эволюция), демонстрируют сильную зависимость от реализации цветовой когерентности при больших Δy . Это указывает на необходимость учета струйного вето на основе эволюции БФКЛ, как формализма последовательно учитывающего главные вклады при больших Δy

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

Задачи диссертации

Основные задачи:

- Разработать методику и произвести измерения Δy -дифференциальных сечений $d\sigma^{\text{incl}}/d\Delta y$ и $d\sigma^{\text{MN}}/d\Delta y$ и отношений дифференциальных сечений с вето R^{incl} , R^{MN} , $R_{\text{veto}}^{\text{incl}}$ и $R_{\text{veto}}^{\text{MN}}$ в pp столкновениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ на детекторе CMS.
- Выполнить расчет измеряемых наблюдаемых в различных приближениях с использованием МК генераторов. Вычисления в главном порядке (ГП) теории возмущений с моделированием партонного ливня в главном логарифмическом приближении (ГЛП) ГЛАПД выполнить в программных пакетах PYTHIA8, HERWIG. Вычисления в следующем за главным порядком (СГП) теории возмущений с партонным ливнем ГЛП ГЛАПД выполнить в программных пакетах POWHEG+PYTHIA8, POWHEG+HERWIG. Вычисления в ГЛП БФКЛ выполнить в программном пакете HEJ+ARIADNE. Сравнить результаты вычислений с результатами измерений.
- Выполнить расчет Δy -дифференциального сечения $d\sigma^{\text{MN}}/d\Delta y$ в следующем за главным логарифмическим приближением (СГЛП) БФКЛ в pp столкновениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ и провести сравнение с результатами измерений.
- Развить метод учета условия вето по p_{\perp} на дополнительные адронные струи во всем интервале быстроты на основе уравнения Банфи-Маркезини-Смая (БМС). Выполнить расчет R^{incl} и сравнить с результатами измерений CMS при $\sqrt{s} = 7$.
- Развить метод учета условия вето по p_{\perp} на дополнительные адронные струи на основе уравнения БМС в рамках вычислений СГЛП БФКЛ. Выполнить расчет в СГЛП БФКЛ+БМС для отношений сечений с вето R^{MN} , $R_{\text{veto}}^{\text{MN}}$ для pp столкновений при $\sqrt{s} = 2.76$ и 7 ТэВ и сравнить с результатами измерения CMS.
- Получить предсказания для Δy -дифференциального сечения $d\sigma^{\text{MN}}/d\Delta y$ в СГЛП БФКЛ, и для отношений МН сечений при разных энергиях (2.76, 8 и 13 ТэВ), для различных значений $p_{\perp \text{min}} = 35$ ГэВ/с и 20 ГэВ/с, а также отношений сечений с вето R^{MN} , $R_{\text{veto}}^{\text{MN}}$ в СГЛП БФКЛ+БМС для pp столкновений при $\sqrt{s} = 13$, которые могут быть измерены в экспериментах CMS и ATLAS на коллайдере LHC.

Азимутальные декорреляции

V. Del Duca and C.R. Schmidt [[Phys. Rev. D 49 \(1994\) 177](#)]

W.J. Stirling [[Nucl. Phys. B 423 \(1994\) 56](#)]

$$\frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dp_{T1}^2 dp_{T2}^2 d\phi} = \frac{C_A^2 \alpha_s^2}{4\pi p_{T1}^3 p_{T2}^3} \sum_n e^{in(\phi-\pi)} \int_0^\infty d\nu e^{\omega(n,\nu)\Delta y} \cos\left(\nu \ln \frac{p_{T1}^2}{p_{T2}^2}\right) \Rightarrow \hat{\sigma}_{gg} \propto e^{A \cdot \Delta y} \text{ при } \Delta y \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\phi} = \frac{1}{2\pi} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\phi) \langle \cos(n\phi) \rangle \right\}$$

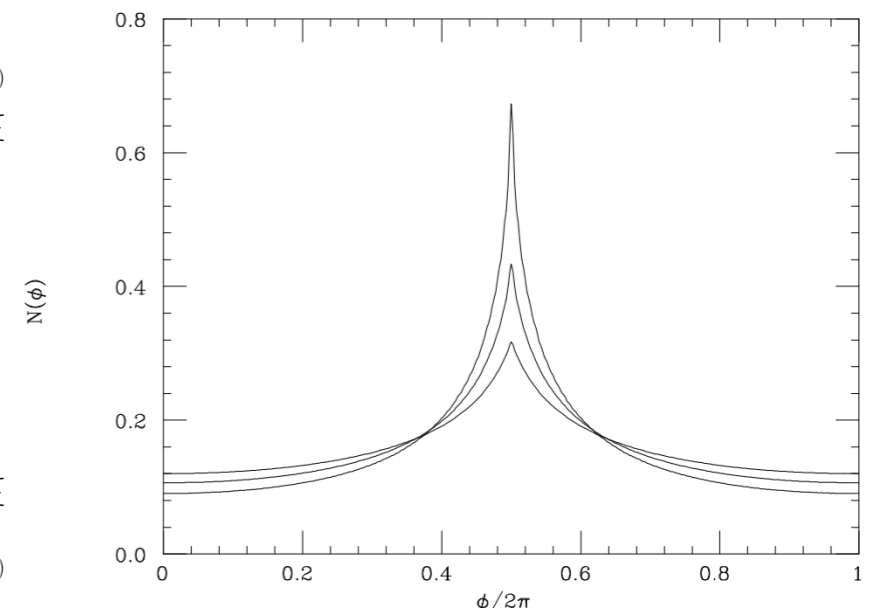
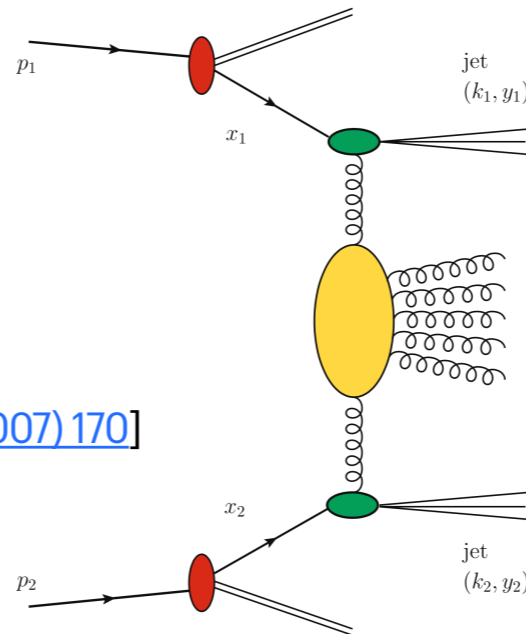
$$C_1 = \langle \cos(\phi) \rangle = \langle \cos(\Delta\phi - \pi) \rangle$$

$$C_2 = \langle \cos(2\phi) \rangle = \langle \cos 2(\Delta\phi - \pi) \rangle$$

$$C_3 = \langle \cos(3\phi) \rangle = \langle \cos 3(\Delta\phi - \pi) \rangle$$

A. Sabio Vera and F. Schwennsen [[Nucl. Phys. B 776 \(2007\) 170](#)]

$$\frac{C_2}{C_1} \qquad \frac{C_3}{C_2}$$



Обмен цветомым синглетом

A.H.Mueller and W.-K.Tang

[[Phys. Lett. B 284, 123 \(1992\)](#)]

R.Enberg, G.Ingelman and L.Motyka

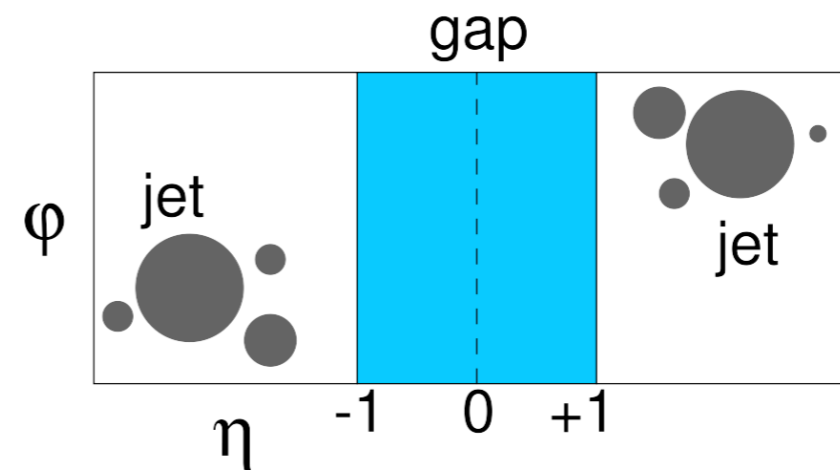
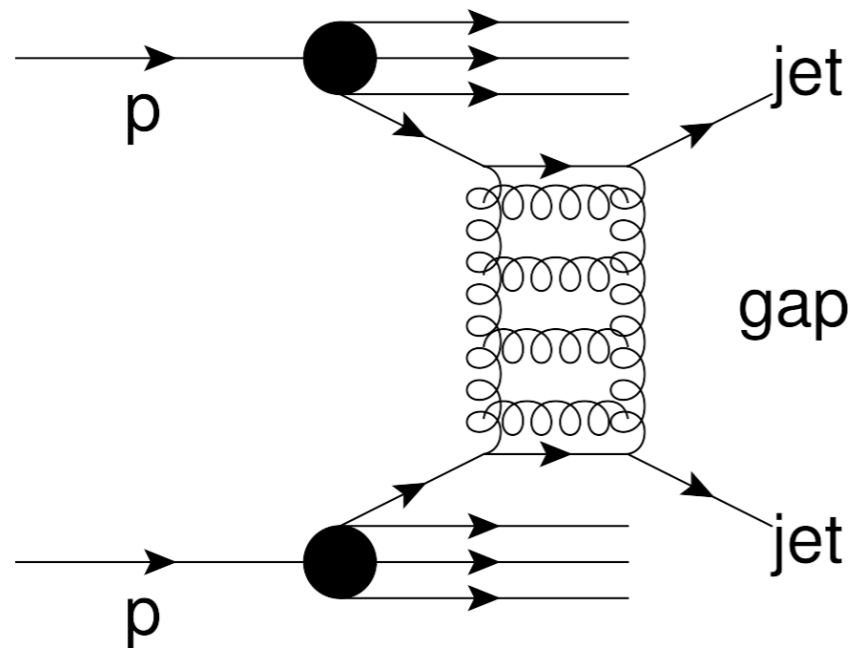
[[Phys. Lett. B 524](#)]

R.Enberg, G.Ingelman and L.Motyka

[[arXiv:1703.10919](#)]

O. Kepka, C. Marquet, and C. Royon

[[Phys. Rev. D 83, 034036 \(2011\)](#)]



Расчеты БФКЛ должны также поправляться оценками вероятности отсутствия адронной множественности в данном быстротном интервале (gap survival probability)

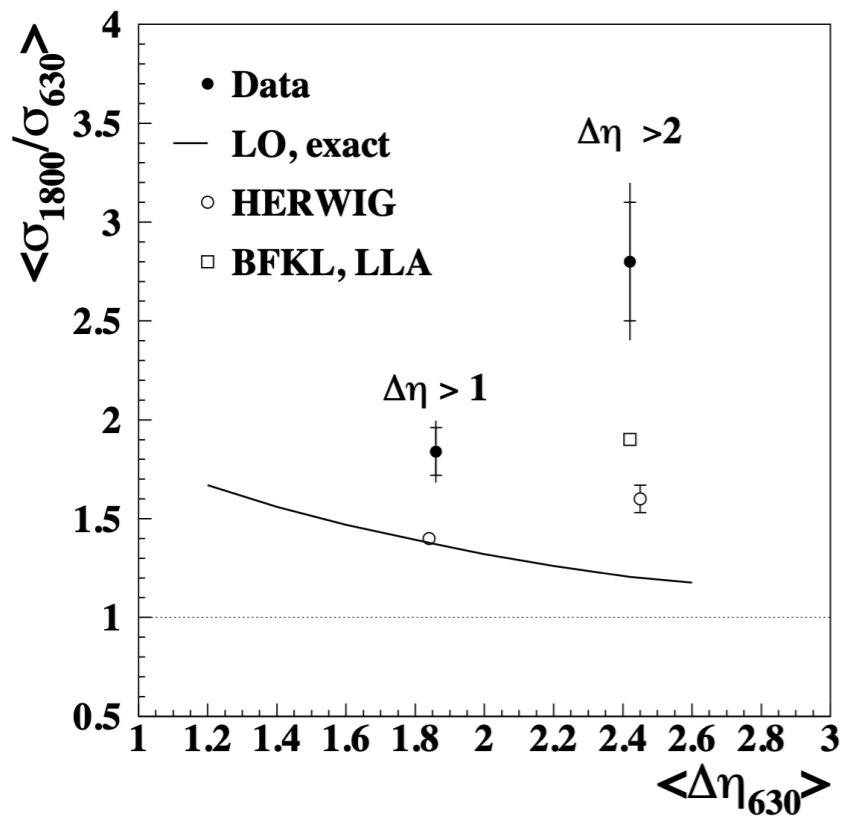
Измерения до LHC (Tevatron D0)

DO [[Phys. Rev. Lett. 84 \(2000\) 5722](#)]

$$\sqrt{s} = 0.63 \text{ and } 1.8 \text{ ТэВ}$$

$$E_T > 20 \text{ ГэВ}$$

Отношение сечений в двухструйных событиях



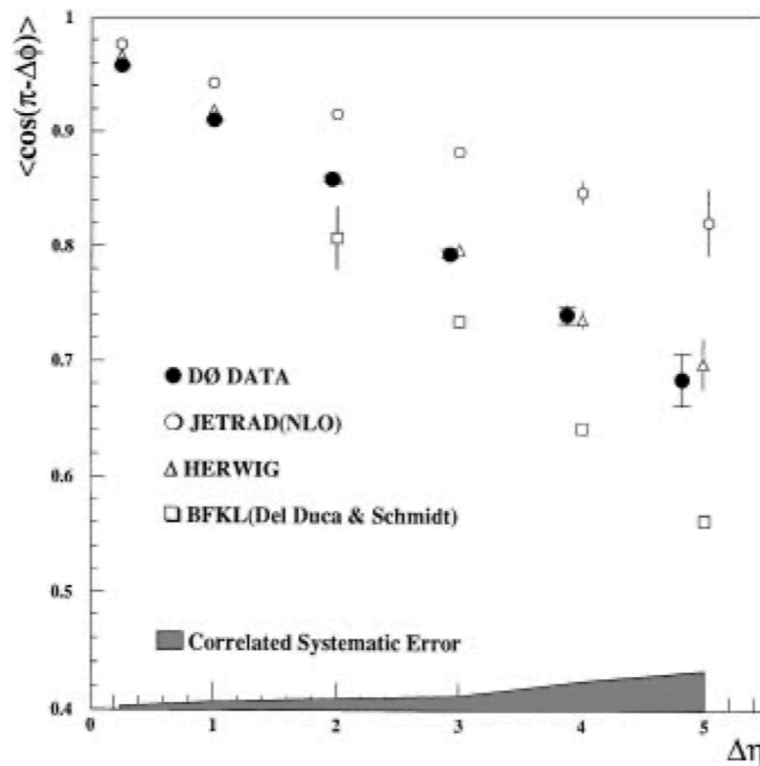
Измерения демонстрируют рост сечений больше чем LL БФКЛ

DO [[Phys. Rev. Lett. 77 \(1996\) 595](#)]

$$\sqrt{s} = 1.8 \text{ ТэВ}$$

$$E_T > 20 \text{ ГэВ}$$

Азимутальные декорреляции двухструйных событий



Наблюдаются эффекты цветовой когерентности

DO [[Phys. Lett. B 440 \(1998\) 189](#)]

$$\sqrt{s} = 1.8 \text{ ТэВ}$$

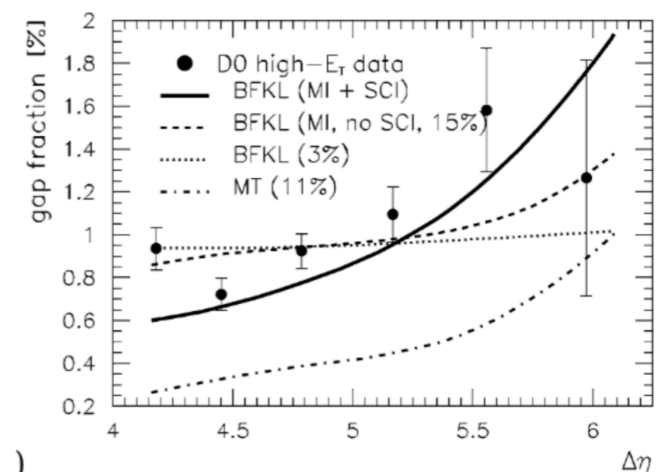
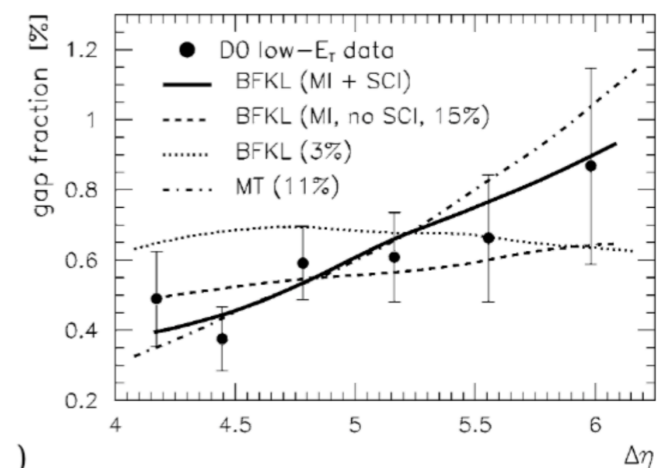
$$\text{low-}E_T: 15 < E_{T2}^{\text{jet}} < 25 \text{ ГэВ;}$$

$$\text{high-}E_T: E_{T2}^{\text{jet}} > 30 \text{ ГэВ;}$$

Обмен цветовым синглетом в двухструйных событиях

R. Enberg, G. Ingelman, and L. Motyka
BFKL with non-leading correction

[[Phys. Lett. B 524 \(2002\) 273](#)]

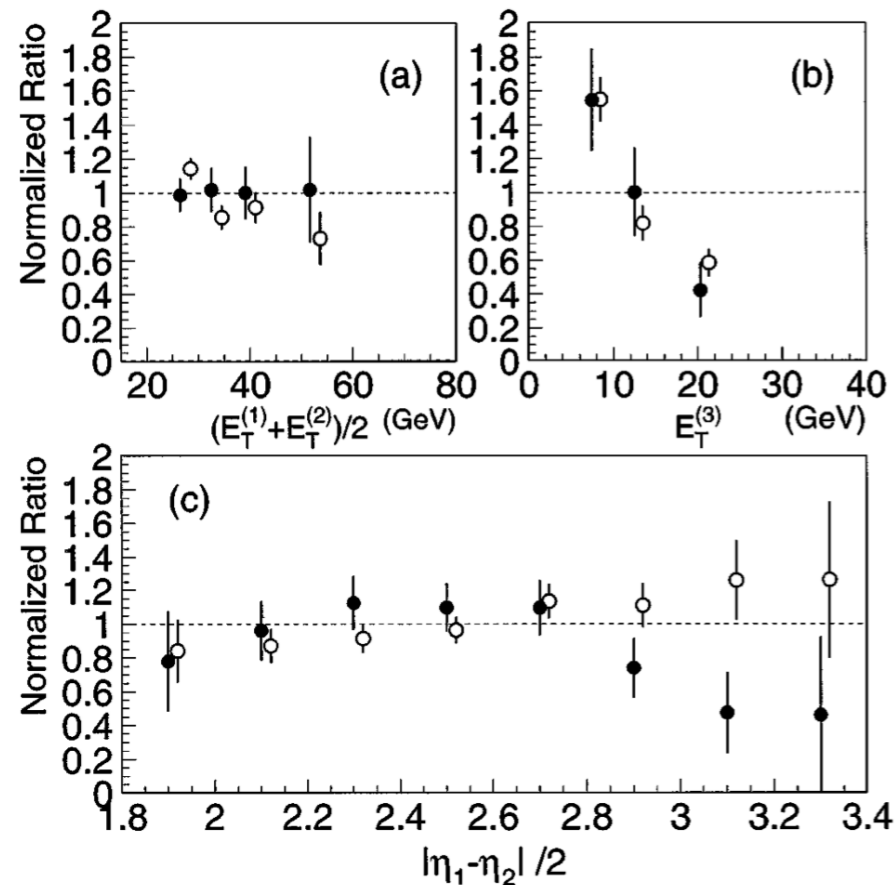


Описывается LL БФКЛ + главные NLL БФКЛ вклады

Измерения до LHC (Tevatron CDF)

CDF [[Phys. Rev. Lett. 80 \(1998\) 1156](#)]

Обмен цветовым синглетом в
двухструйных событиях



$$\begin{aligned} \sqrt{s} &= 1.8 \text{ ТэВ}, \\ E_T^{jet} &> 20 \text{ ГэВ}; \\ 1.8 &< |\eta^{jet}| < 3.5; \\ \eta_1 \eta_2 &< 0 \end{aligned}$$

In the two-gluon model of Ref. [2], the gap to non-gap ratio is predicted to be independent of jet E_T and $\Delta\eta$. Calculations [9] using a model [10] based on the Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) [11] resummation of a color-singlet gluon ladder exchange also predict a “basically flat” [12] distribution of R versus $\Delta\eta$. Our results are in general agreement with these predictions, but further investigations with higher statistics are needed before firm conclusions can be drawn about the nature of the color-singlet exchange process.

FIG. 4. Normalized (to be unity on average) ratios of gap (solid points) and control sample events (open circles) over all events versus: (a) the average E_T of the two leading jets, (b) the E_T of the third jet, and (c) half the η separation between the two leading jets.

CDF делает вывод, что такое поведение в основном согласуется с БФКЛ предсказаниями, хотя больше статистики необходимо

Измерения на ATLAS (1)

Отношение двухструйных сечений (обратный “К-фактор”) при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

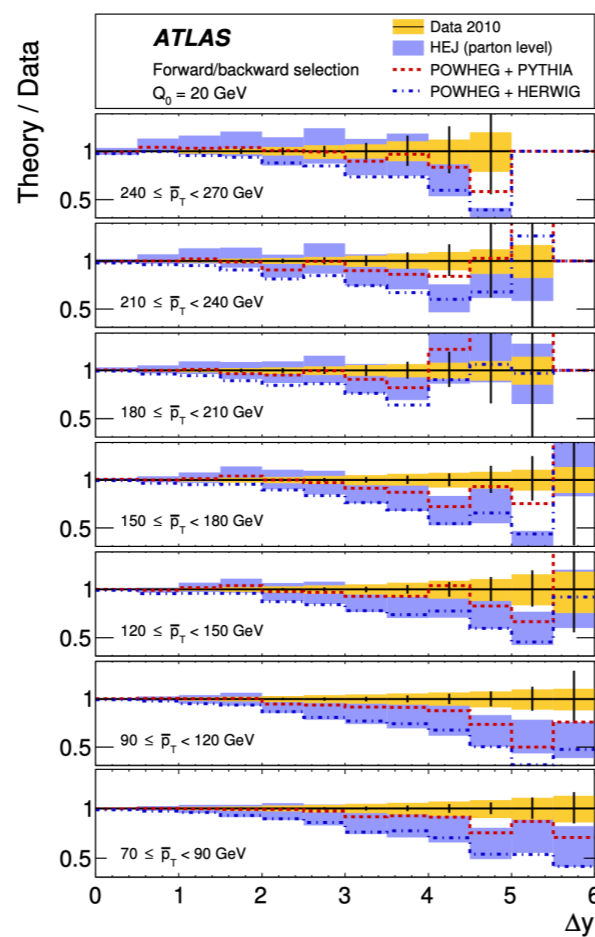
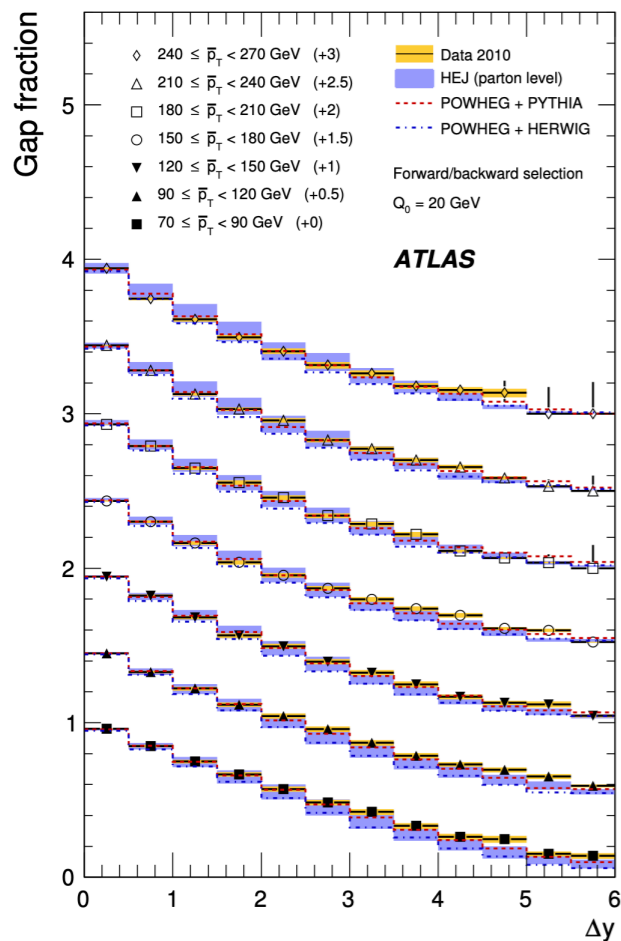
ATLAS [[JHEP 09\(2011\) 053](#)]

$$(p_{T1} + p_{T2})/2 > 70 \text{ ГэВ}$$

$$\Delta y < 6$$

$$Q_0 = 20 \text{ ГэВ}$$

forward/backward отбор



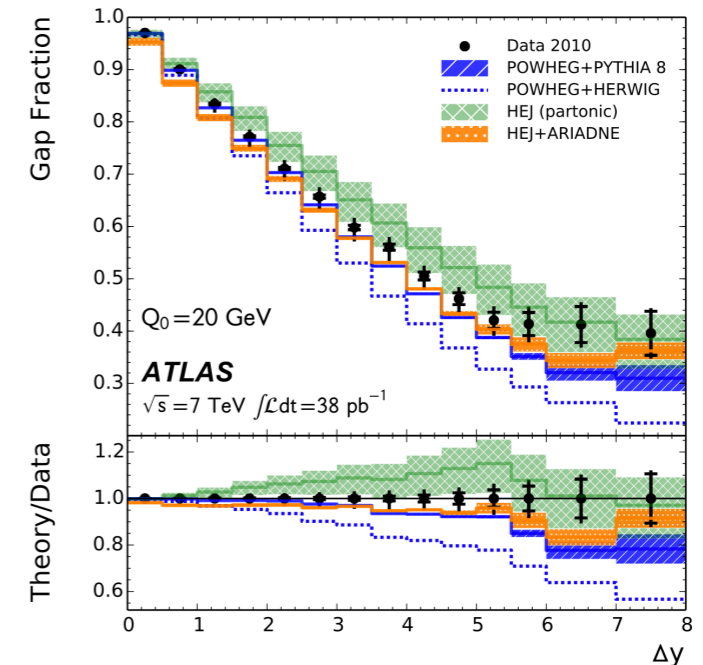
ATLAS [[Eur. Phys. J. C \(2014\) 74:3117](#)]

$$(p_{T1} + p_{T2})/2 > 60 \text{ ГэВ}$$

$$\Delta y < 8$$

$$Q_0 = 20 \text{ ГэВ}$$

leading-pT отбор

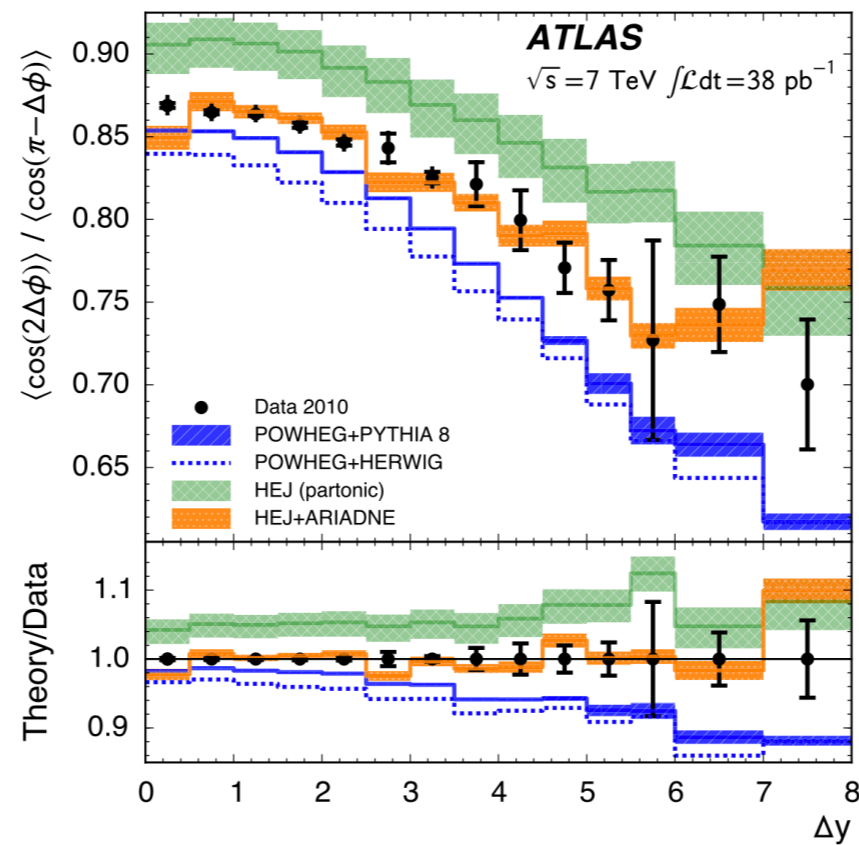
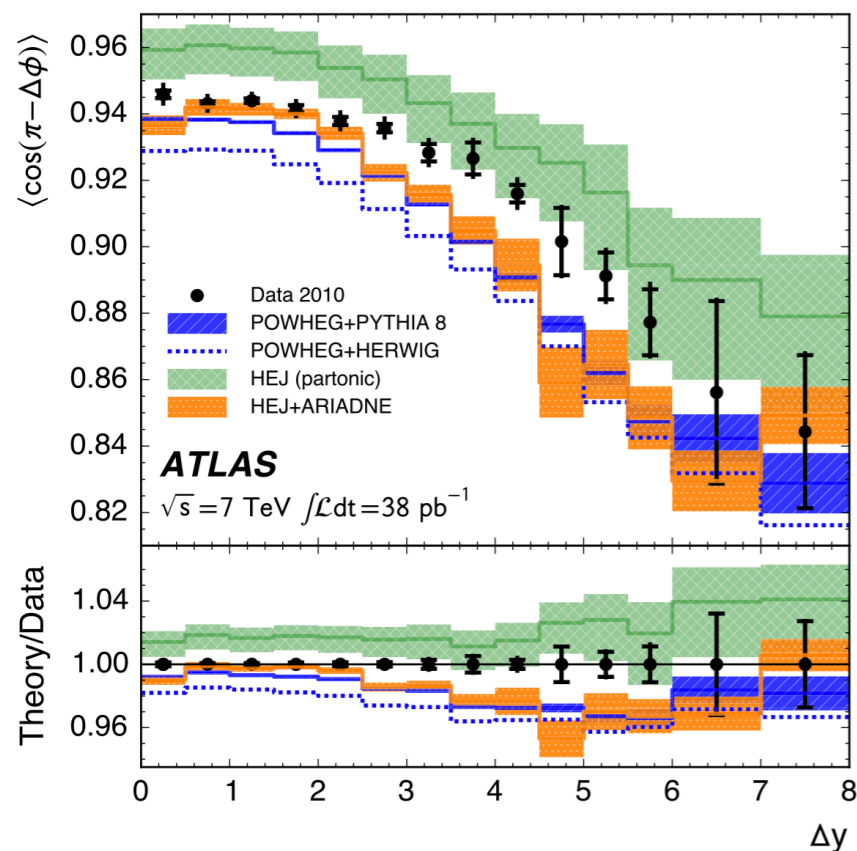


- HEJ+ARIADNE и POWHEG+PYTHIA дают лучшее описание
- HEJ (партонный уровень) - переоценивает
- POWHEG+HERWIG - недооценивает

Измерения на ATLAS (2)

Азимутальные декорреляции в двухструйных событиях при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

ATLAS [[Eur. Phys. J. C \(2014\) 74:3117](#)]



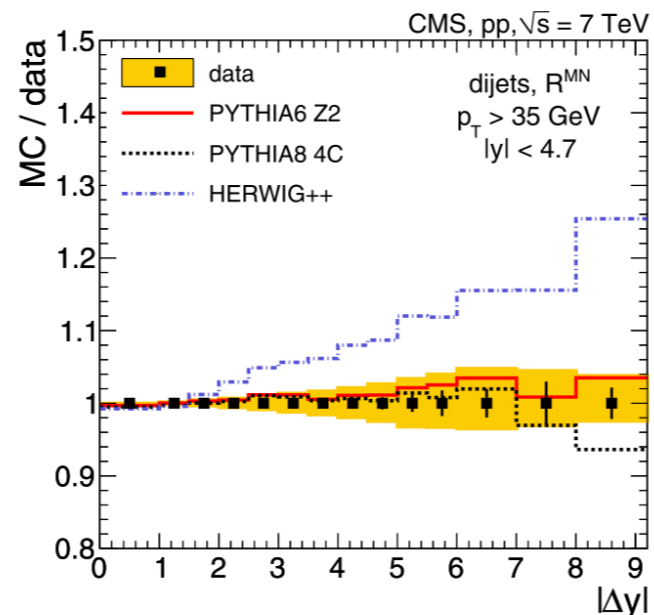
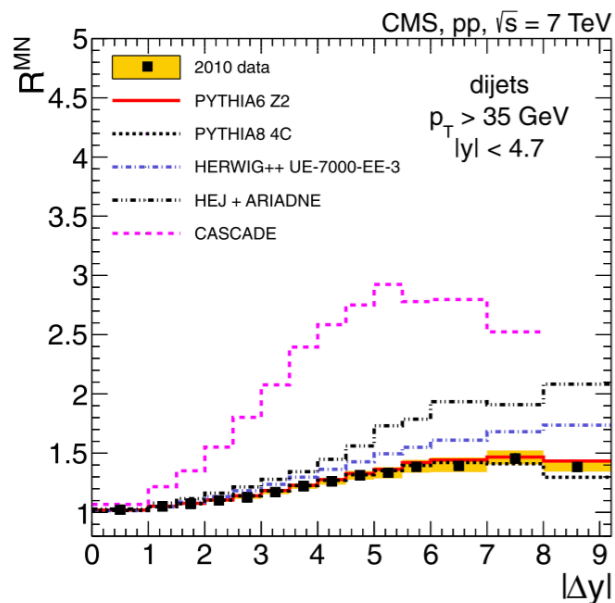
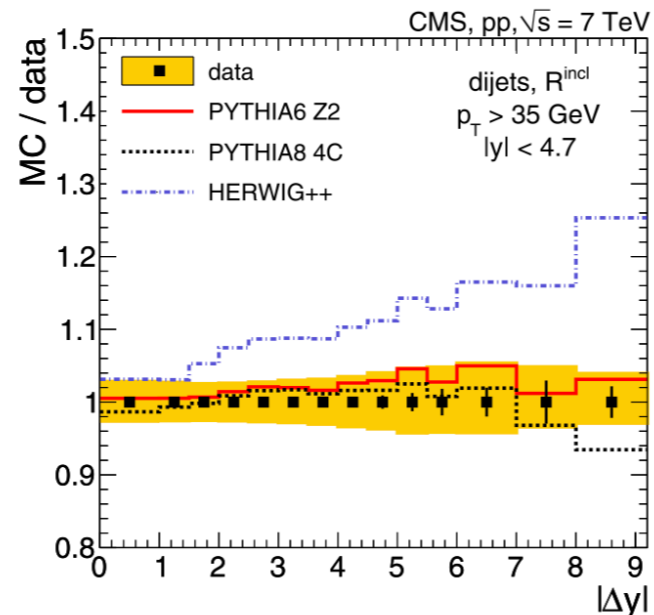
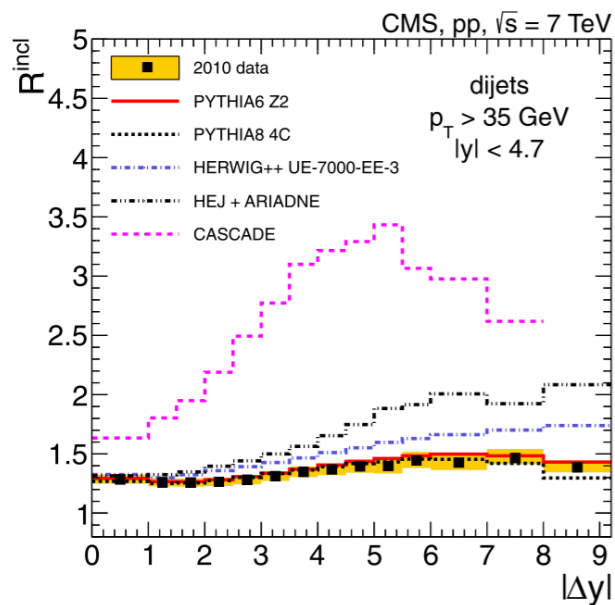
$(p_{T1} + p_{T2})/2 > 60$ ГэВ
 $\Delta y < 8$
 $Q_0 = 20$ ГэВ

- HEJ+ARIADNE - лучшее описание
- HEJ (партонный уровень) - недооценивает декорреляции
- POWHEG+LL DGLAP - переоценивает декорреляции

Измерения на CMS (1)

Отношение двухструйных сечений (“К-фактор”) при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

CMS [[Eur. Phys. J. C 72 \(2012\) 2216](#)]



$p_T > 35$ ГэВ
 $\Delta y < 9.4$

- PYTHIA - лучшее описание
- HERWIG - переоценивает рост “К-фактора”
- HEJ + ARIADNE - переоценивает рост
- CASCADE (ДГЛАП с элементами LL БФКЛ) - очень сильно переоценивает

Нет чистого ДГЛАП генератора
PYTHIA и HERWIG - содержат вклады
от БФКЛ, а именно эффекты
цветовой когерентности

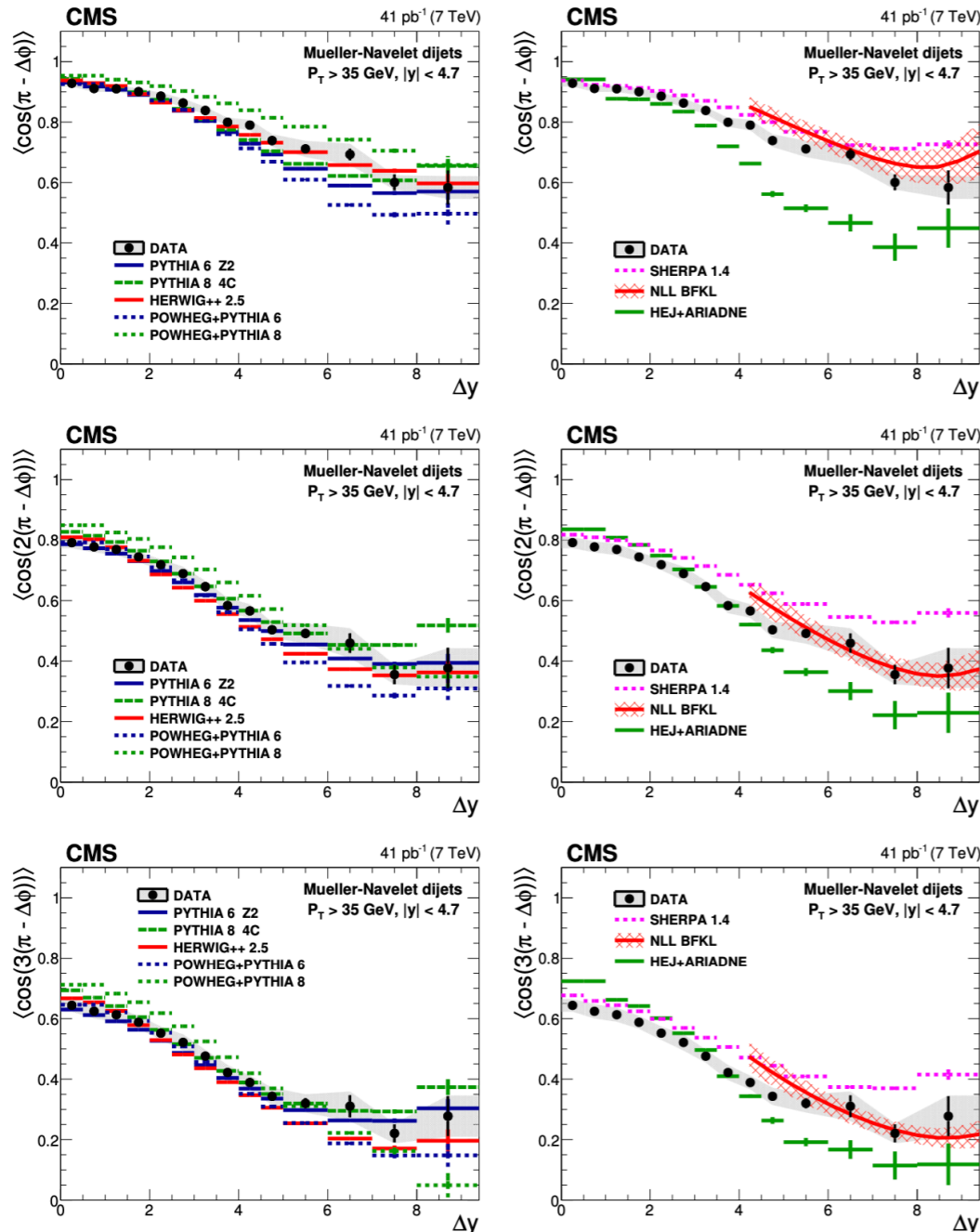
Нет NLL БФКЛ

Измерения на CMS (2)

Двухструйные азимутальные декорреляции при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

CMS [[JHEP 08 \(2016\) 139](#)]

$p_T > 35$ ГэВ
 $\Delta y < 9.4$

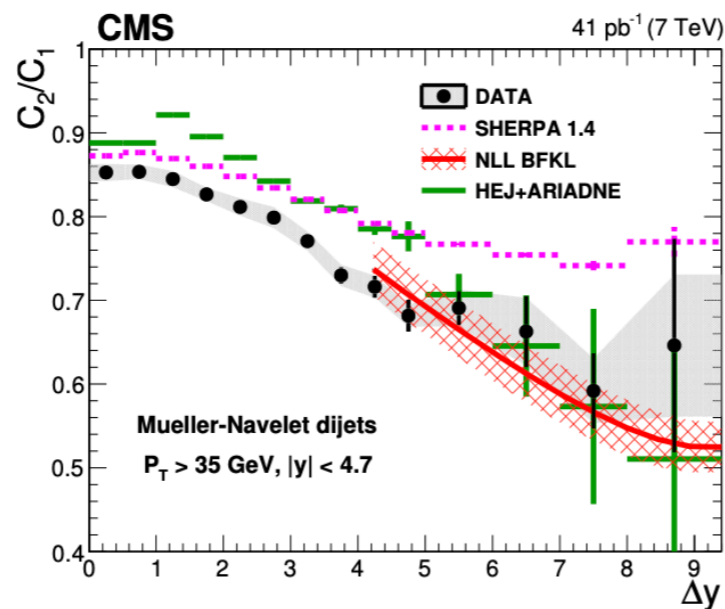
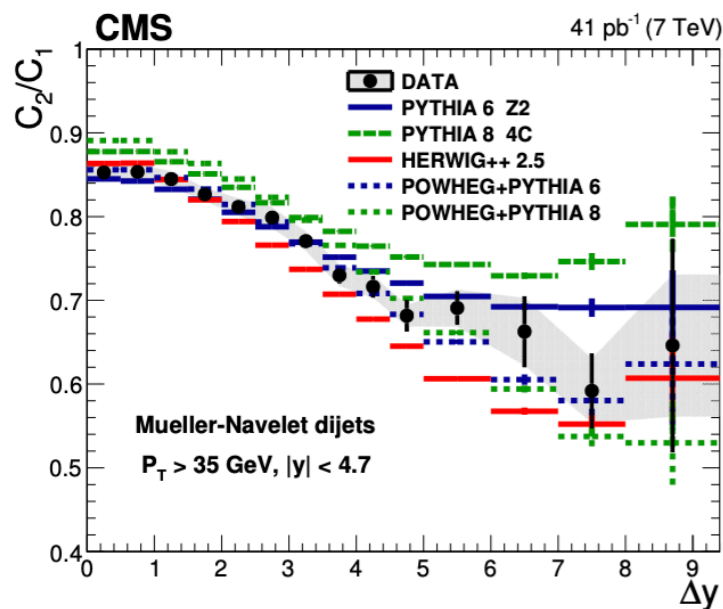


- ДГЛАП генераторы - описывают частично
- SHERPA - недооценивает декорреляции
- HEJ + ARIADNE - переоценивает декорреляции
- NLL БФКЛ - согласуется с данными

Измерения на CMS (3)

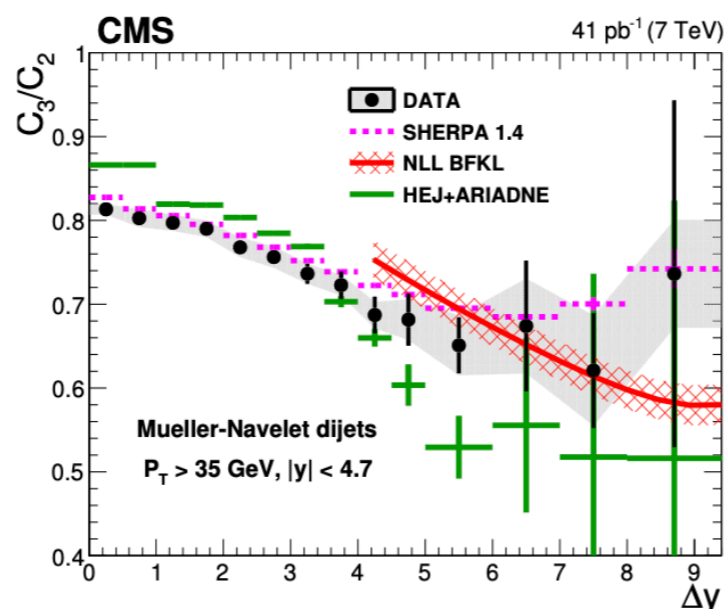
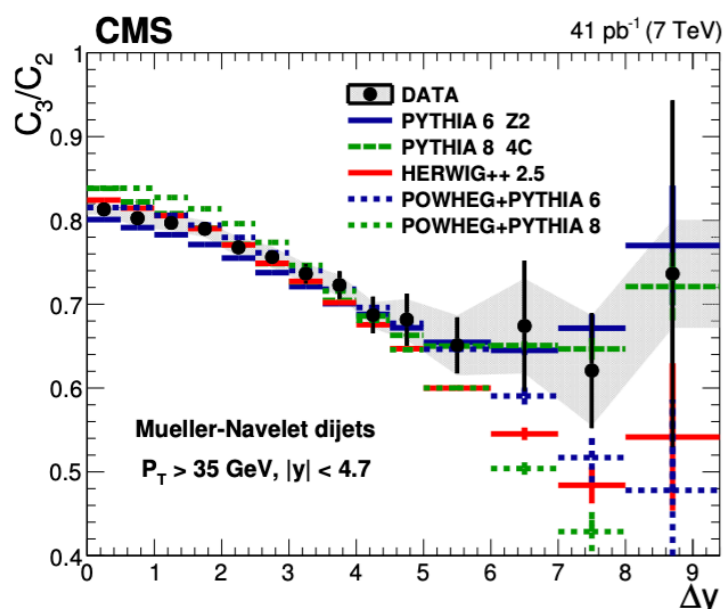
Двухструйные азимутальные декорреляции при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

CMS [[JHEP 08 \(2016\) 139](#)]



$p_T > 35$ ГэВ

$\Delta y < 9.4$



- ДГЛАП генераторы - описывают частично
- SHERPA - недооценивает декорреляции
- HEJ + ARIADNE - переоценивает декорреляции
- NLL БФКЛ - согласуется с данными

Измерения на CMS (4)

CMS [[Phys. Rev. D 104 \(2021\) 032009](#)]

Обмен цветовым синглетом в двухструйных событиях при $\sqrt{s} = 7$ и 13 ТэВ

CMS [[Eur. Phys. J. C 78 \(2018\) 242](#)]

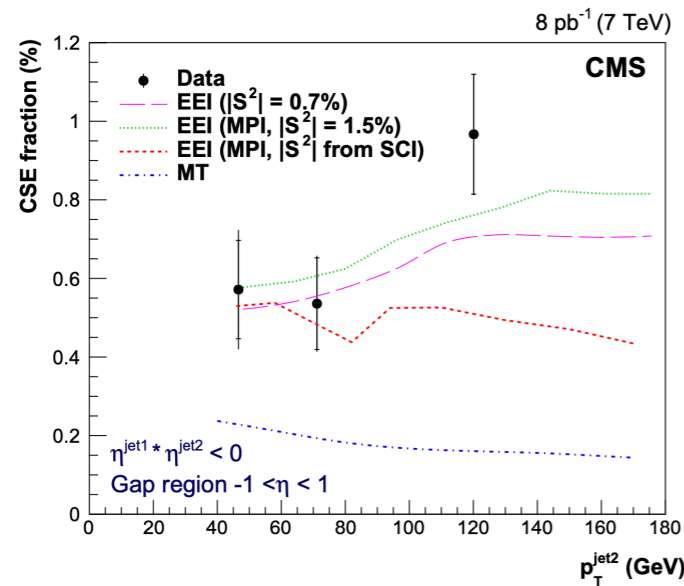
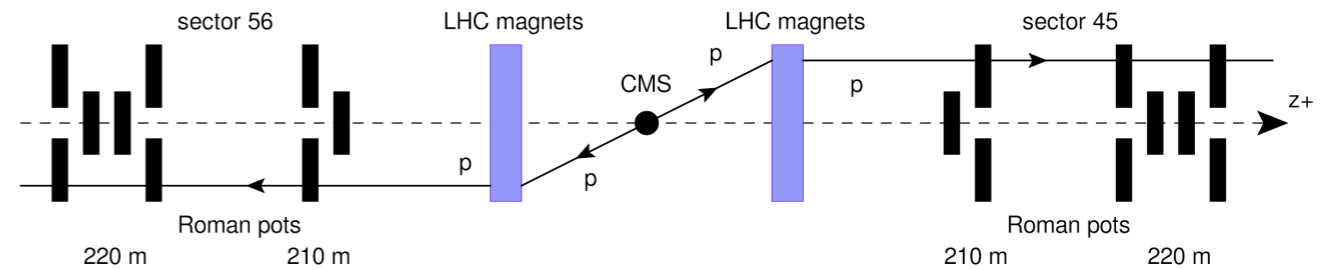
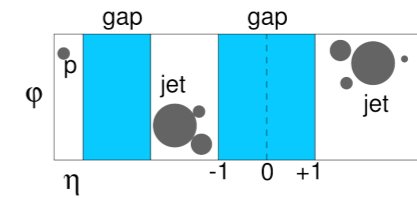
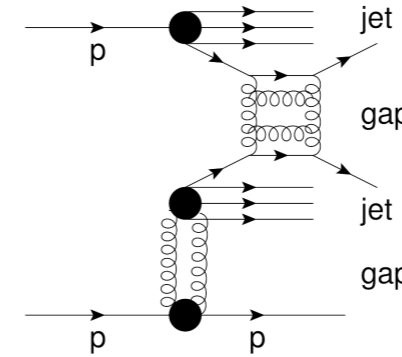
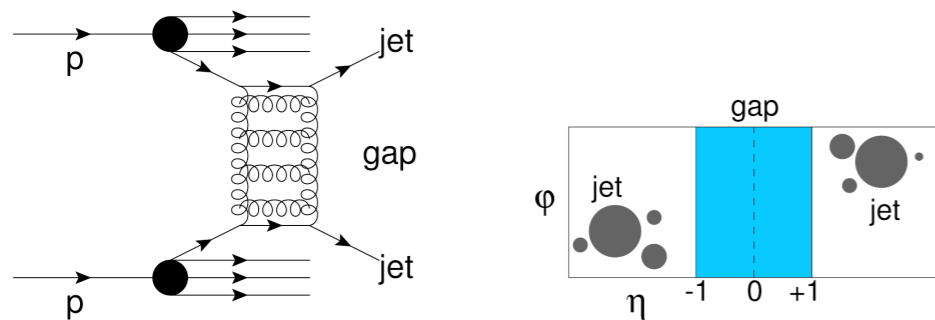
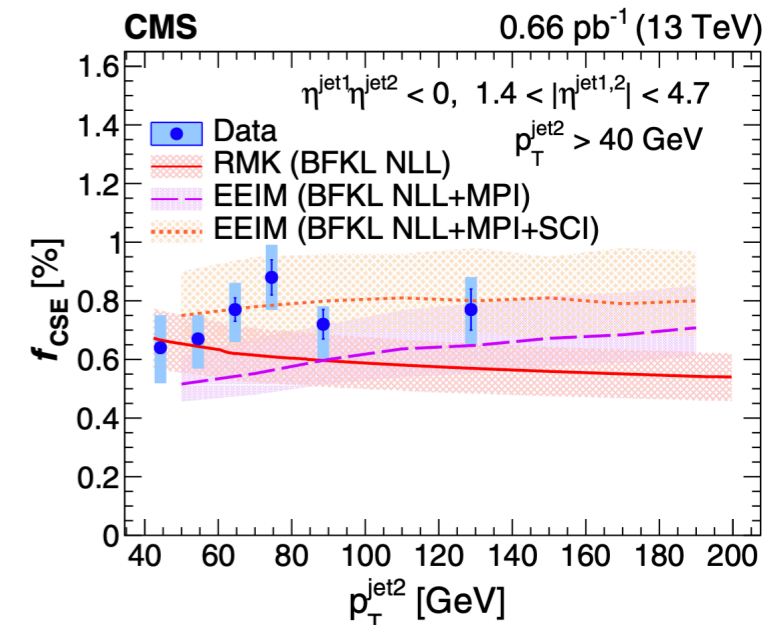
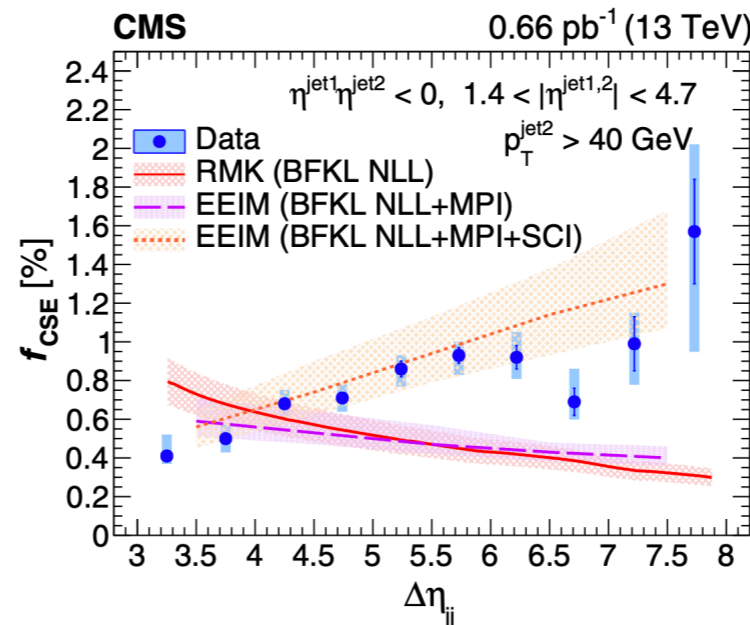
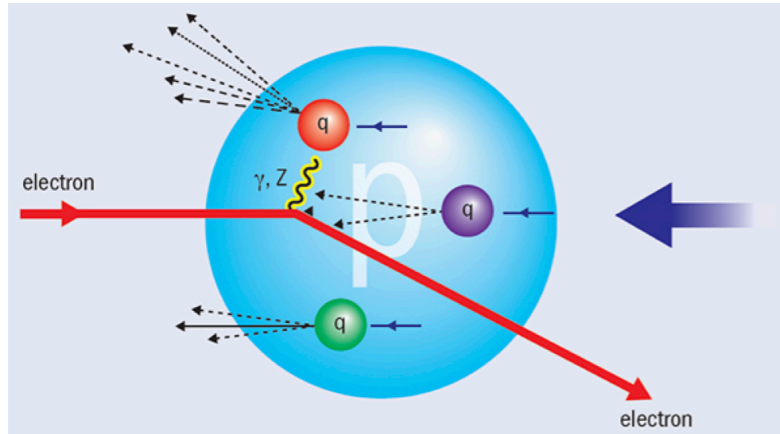


Fig. 9 Fraction of dijet events with a central gap (f_{CSE}) as a function of p_T^{jet2} at $\sqrt{s} = 7$ TeV, compared to the predictions of the Mueller and Tang (MT) model [21], and of the Ekstedt, Enberg, and Ingelman (EEI) model [22,23] with three different treatments of the gap survival probability factor $|S|^2$, as described in the text. The results are plotted at the mean value of p_T^{jet2} in the bin. The inner and outer error bars represent the statistical, and the statistical and systematic uncertainties added in quadrature, respectively



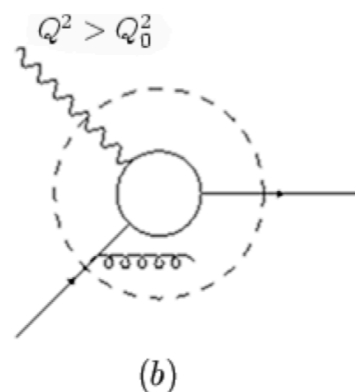
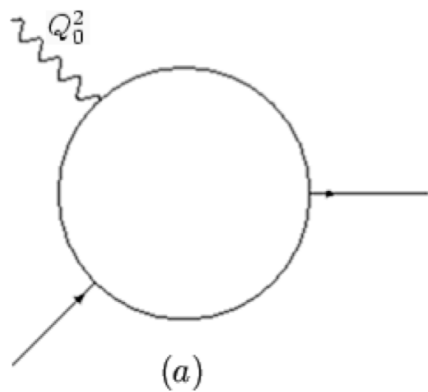
Партонная модель, предел Бьеркена, ДГЛАП

Глубоко-неупругое рассеяние



$$\sigma_0 \propto \frac{\overline{\sum} |M_0|^2}{Q^2} \sum_i x_{bj} f_i(x_{bj}) e_i^2 \quad x_{bj} = \frac{Q^2}{2P \cdot q}$$

КХД поправки нарушают Бьеркеновский скейлинг



Бьеркеновский предел $\sqrt{s} \rightarrow \infty; p_T \rightarrow \infty; x \sim \frac{p_T}{\sqrt{s}} \sim 1$

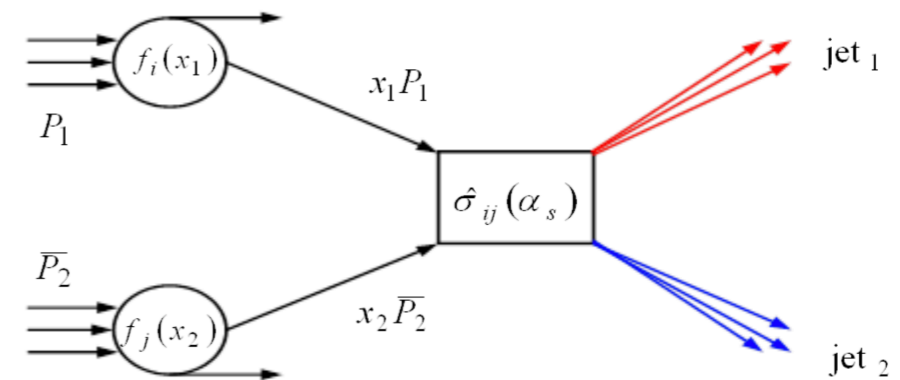
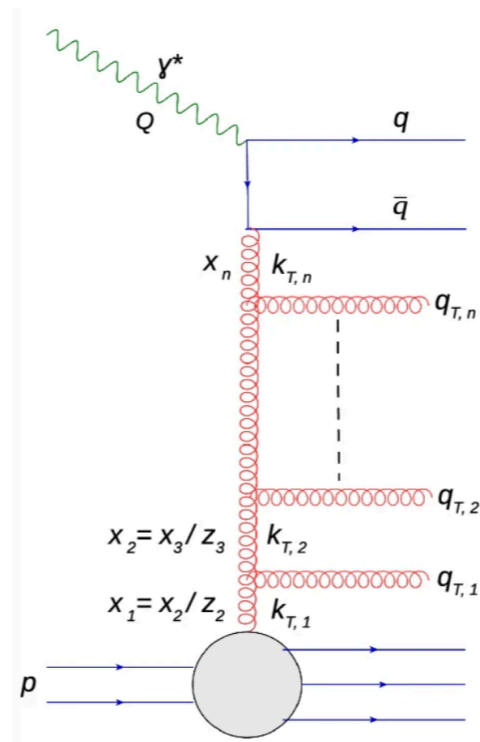
$$k_{Tn} \gg k_{Tn-1} \gg \dots \gg k_{T2} \gg k_{T1}$$

$$[\alpha_s \log Q^2]^n$$

ДГЛАП ЭВОЛЮЦИЯ

$$\frac{df_i}{d \log \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} [P_{qq} \otimes f_i + P_{qg} \otimes f_g]$$

$$\frac{df_g}{d \log \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} [P_{gq} \otimes \sum_i f_i + P_{gg} \otimes f_g]$$



$$d\sigma(pp \rightarrow H + X) = \int dx_1 dx_2 \sum_{ij} f_i(x_1, Q) f_j(x_2, Q) d\hat{\sigma}(ij \rightarrow H)$$

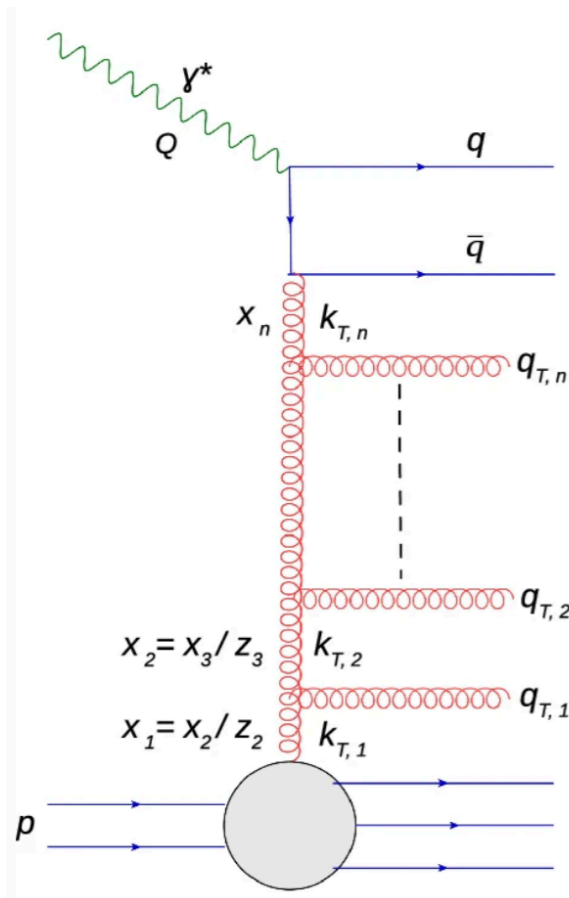
Предел Редже-Грибова, БФКЛ

БФКЛ Кинематика (LLA): Предел Редже-Грибова $\sqrt{s} \rightarrow \infty; p_T - finite; x \sim \frac{p_T}{\sqrt{s}} \rightarrow 0; c p_T \gg \Lambda_{QCD}$

Мультiredжевская кинематика

$$\left. \begin{aligned} x_n \gg x_{n-1} \gg \dots \gg x_2 \gg x_1 \\ k_{Tn} \sim k_{Tn-1} \sim \dots \sim k_{T2} \sim k_{T1} \end{aligned} \right\} y_n \gg y_{n-1} \gg \dots \gg y_2 \gg y_1$$

$$[\alpha_s \log(1/x)]^n$$



$$\frac{\partial f_g}{\partial \log 1/x} = K \otimes f_g = \omega f_g$$

$$f_g \propto e^{\omega \log 1/x} = x^{-\omega} \propto \left(\frac{s}{s_0} \right)^\omega$$

$$\log \left(\frac{s}{p_T^2} \right) = \log(1/x_1) + \log \left(\frac{\hat{s}}{p_T^2} \right) + \log(1/x_2)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{d^2 p_{T1} d^2 p_{T2}} = \left[\frac{C_A \alpha_s}{p_{T1}^2} \right] f_g(\Delta y, p_{T1}, p_{T2}) \left[\frac{C_A \alpha_s}{p_{T2}^2} \right]$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dp_{T1}^2 dp_{T2}^2 d\phi} = \frac{C_A^2 \alpha_s^2}{4\pi p_{T1}^3 p_{T2}^3} \sum_n e^{in(\phi-\pi)} \int_0^\infty d\nu e^{\omega(n,\nu)\Delta y} \cos \left(\nu \ln \frac{p_{T1}^2}{p_{T2}^2} \right) \Rightarrow \hat{\sigma}_{gg} \propto e^{A \cdot \Delta y}$$

при $\Delta y \rightarrow \infty$

$$\omega_{\max} = \alpha_P(0) - 1$$

LL БФКЛ дает слишком большой интерсепт

$$\alpha_P^{LL}(0) \approx 1.5$$

NLL БФКЛ: $\alpha_P^{NLL} \approx 1.2$

S.J. Brodsky, V.S. Fadin, V.T. Kim,
L.N. Lipatov, G.B. Pivovarov

[JETP Lett. 70 (1999) 155-160]

Решение уравнения БМС (1)

$$\partial_{\tau} P_{ab}(\tau) = - (\partial_{\tau} R_{ab}) P_{ab} + \int_{C_{in}} \frac{d\Omega_q}{4\pi} w_{ab}(q) [P_{aq}(\tau) P_{qb}(\tau) - P_{ab}(\tau)]$$

область C_{in}

$$\phi_q \in [0, 2\pi]; \quad \theta_q \in [0, \theta_{in}] \cup [\pi - \theta_{in}, \pi]$$

τ интервал

$$\tau = \int_{Q_0}^Q \frac{dq_t}{q_t} \bar{\alpha}_s(q_t) \quad \tau_{max} = \int_{P_{T \text{ veto}}}^{\sqrt{s}/2} \frac{dq_t}{q_t} \bar{\alpha}_s(q_t) = \int_{20}^{7000} \frac{dq_t}{q_t} \bar{\alpha}_s(q_t) = 0.651$$

$$P_{ab}(\tau) = P(\theta_a, \phi_a, \theta_b, \phi_b, \tau, \theta_{in}) = P(\theta_a, \theta_b, \Delta\phi, \tau, \theta_{in})$$

Необходимо решить уравнение для каждого $\theta_{in}(\Delta y)$

Решение уравнения БМС (2)

Численное решение

Преобразование $P_{ab}(\tau) = e^{-\tau f_{ab}} g_{ab}(\tau)$

$$\partial_{\tau} g_{ab}(\tau) = \int_{C_{in}} \frac{d\Omega_q}{4\pi} w_{ab}(q) U_{abq} [g_{aq}(\tau) g_{qb}(\tau) - g_{ab}(\tau)]$$

$$U_{abq} = e^{-\tau(f_{aq} + f_{qb} - f_{ab})}$$

Вычисление θ_{in} в 100 узлах от 0 до $\pi/2$

Разделить область $\theta_q \in [0, \theta_{in}] \cup [\pi - \theta_{in}, \pi]$ на 81 узел

Разделить $\Delta\phi \in [0, \pi]$ на 21 узел

$$\partial_{\tau} g_{ij}(\tau) = \sum_{k \neq i, k \neq j, k \in C_{in}} \frac{\Delta\Omega_k}{4\pi} w_{ij}(k) U_{ijk} [g_{ik}(\tau) g_{kj}(\tau) - g_{ij}(\tau)]$$

Решение уравнения БМС (3)

Численное решение

Система $81 \times 81 \times 21 \sim 140k$ ОДУ для каждого θ_{in}

$$\partial_{\tau} g_{ij}(\tau) = \sum_{k \neq i, k \neq j, k \in C_{in}} \frac{\Delta \Omega_k}{4\pi} w_{ij}(k) U_{ijk} [g_{ik}(\tau) g_{kj}(\tau) - g_{ij}(\tau)]$$

Рунге-Кутты 4 с шагом $\Delta \tau = 0.01$ $\tau \in [0, 0.8]$

$$g_{ij}(0) = 1$$

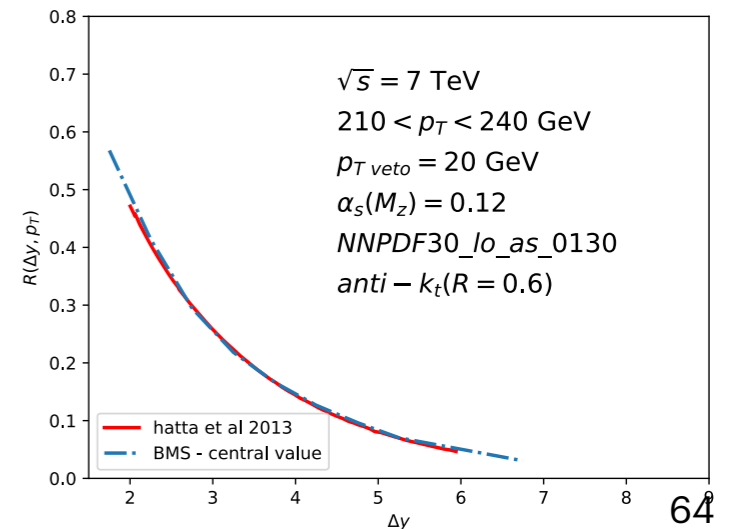
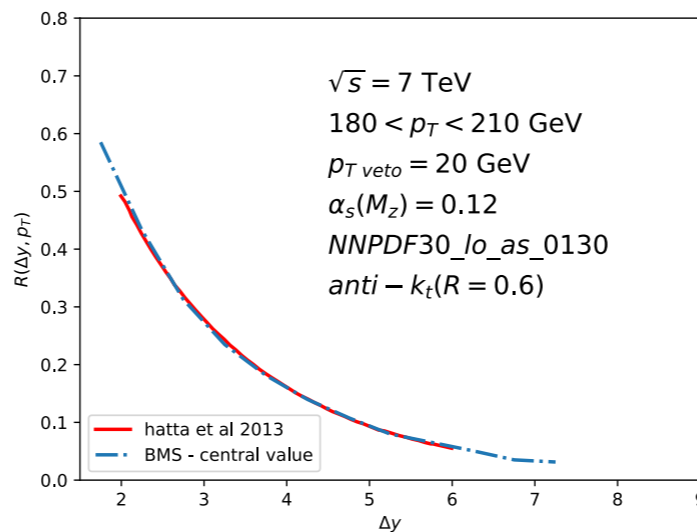
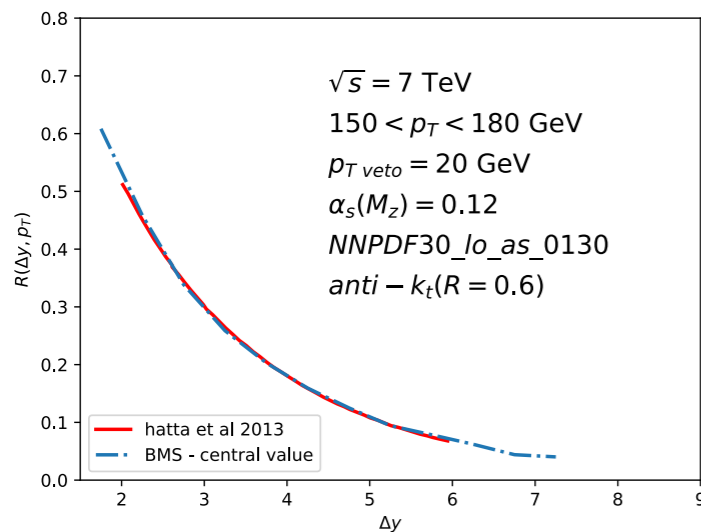
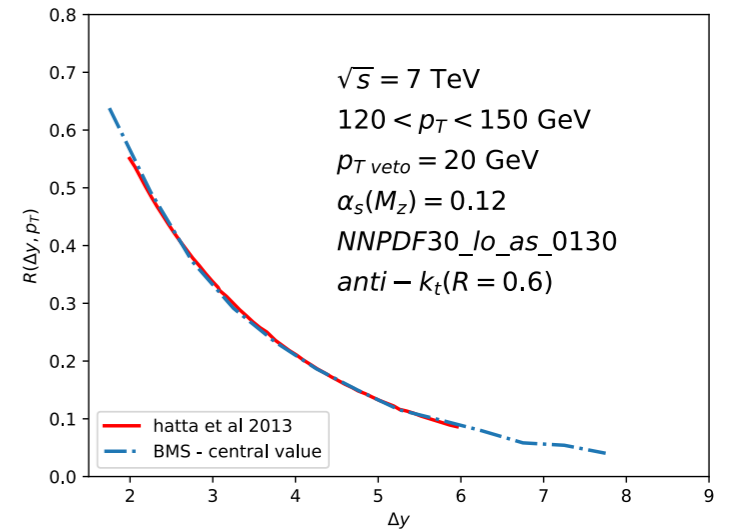
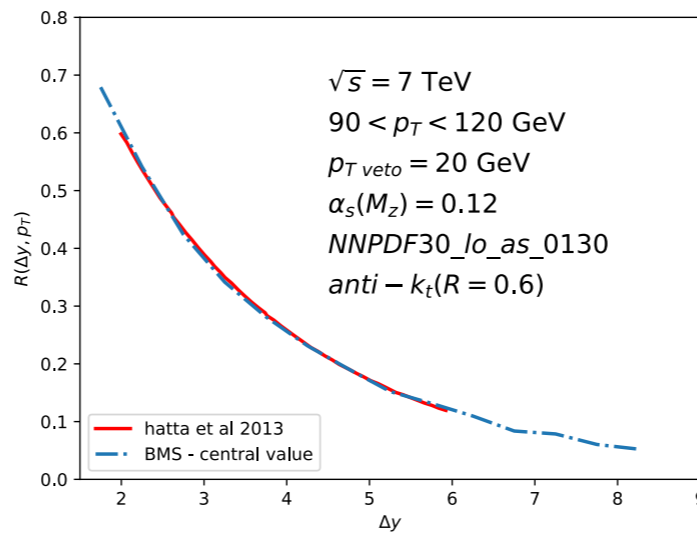
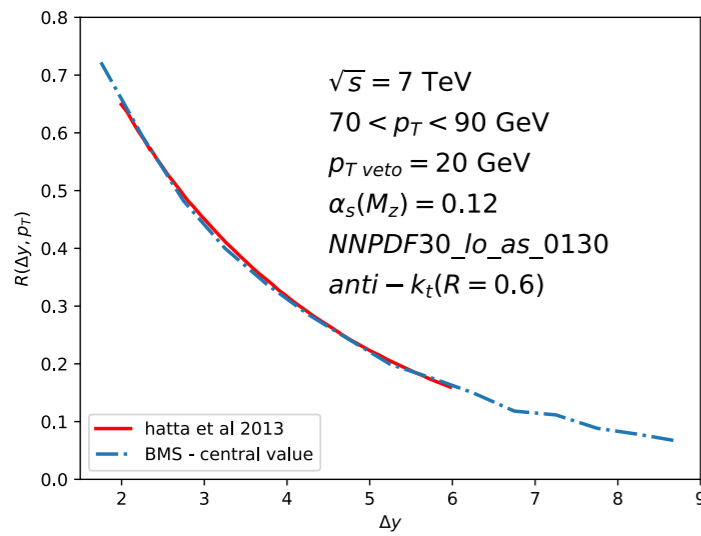
для θ_{in} систем решается за 10 часов на ЦОД ПИК

Решение для 100 $\theta_{in} \sim 8$ Gb .nrz (numpy) файлов

Воспроизведение предыдущих результатов

Hatta et al. PHYS. REV. D 87, 054016 (2013)

ATLAS измерения при 7 ТэВ $\mathcal{R}(\Delta y, p_T) = \frac{d\sigma^{veto} / d\Delta y d^2 p_T}{d\sigma^{incl} / d\Delta y d^2 p_T}$



Недостатки полученного решения

- Значения известны только в узлах - трудно использовать с МК интегрированием
- эквидистантное разбиение по θ_{in} грубо при больших быстротах

$$\theta_{in} = \{0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ\} \implies \eta = \{\infty, 4.05, 3.35, 2.94, 2.66, 2.43\}$$

- Сложно использовать для струйного вето (**не межструйного**)

Струйное вето

CMS search of BFKL Eur. Phys. J. C (2012) 72:2216

- pp at 7 TeV

- two selection types:

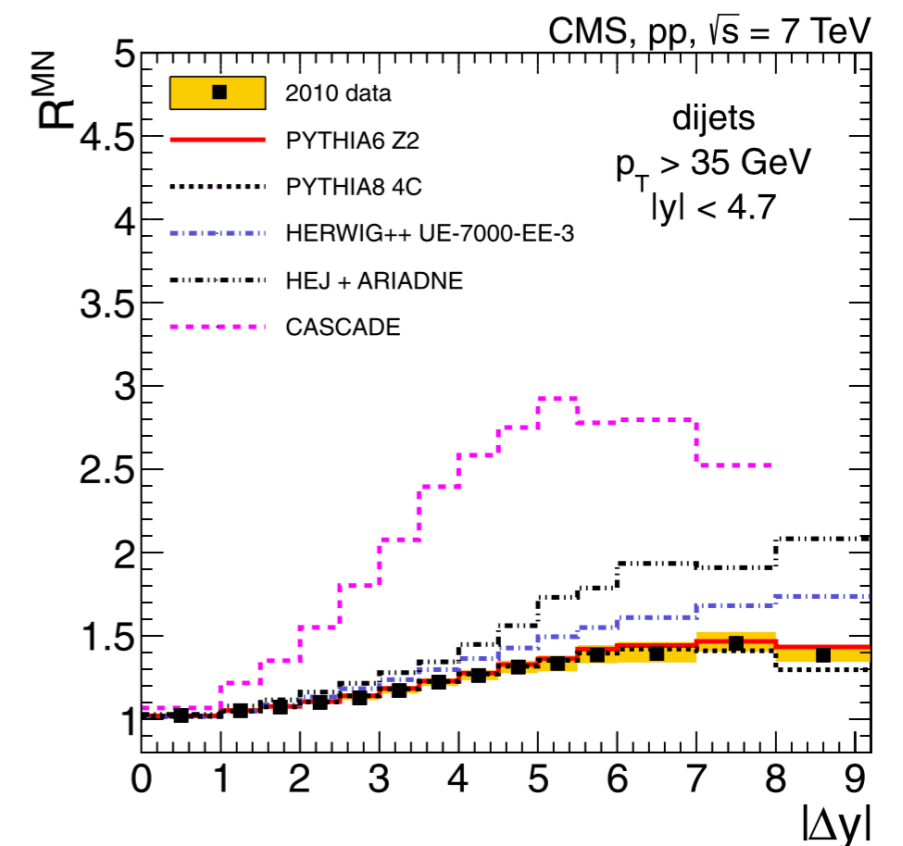
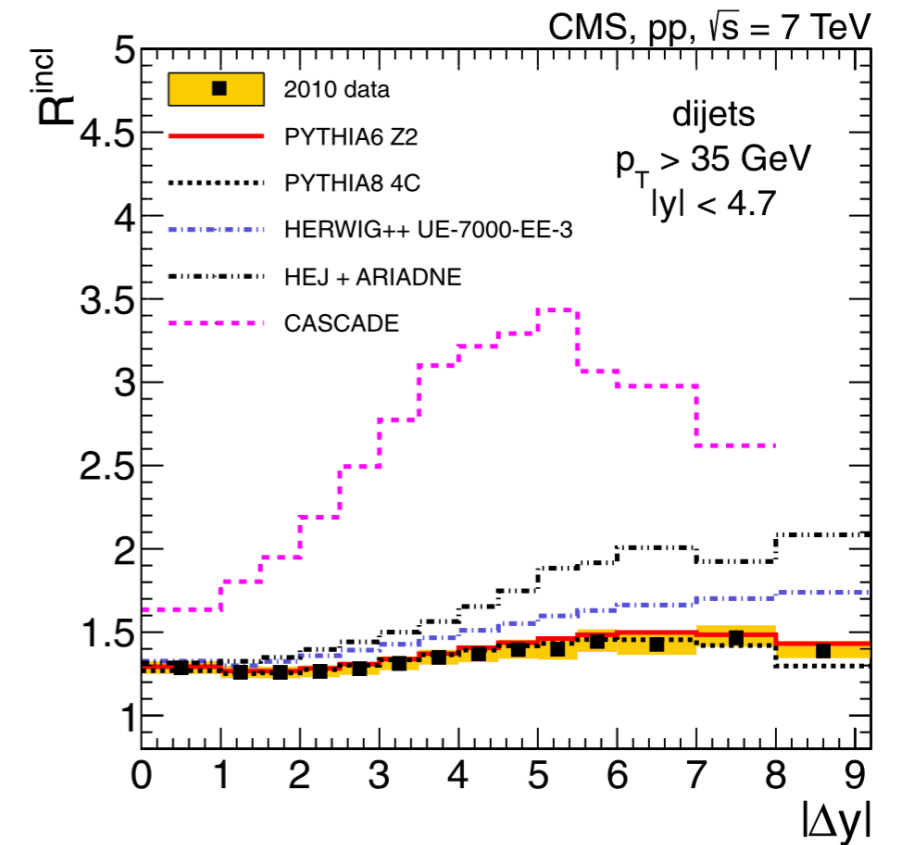
Inclusive dijets

Mueller-Navelet dijets

- $p_T > 35$ GeV

- $\Delta y = |y_1 - y_2| < 9.4$

- Veto $p_{T\ veto} = 35$ GeV



МК алгоритм для БМС эволюции (1)

Marchesini 2006 [arXiv:hep-ph/0601068](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0601068)

Производящий функционал

$$\Sigma_{ab}[Q, u] = \sum_n \frac{1}{n!} \int \frac{d\sigma_{ab}^{(n)}}{\sigma_{abT}} \prod_{i=1}^n u(q_i)$$

$$Q \partial_Q \Sigma_{ab}[Q, u] = \int \frac{d\Omega_q}{4\pi} \bar{\alpha}_s w_{ab}(q) \{ u(q) \Sigma_{aq}[Q, u] \Sigma_{qb}[Q, u] - \Sigma_{ab}[Q, u] \}$$

Судаковский форм фактор

$$\ln S_{ab}(Q, Q_0) = - \int_{Q_0}^Q \frac{d\omega_q}{\omega_q} \frac{d\Omega_q}{4\pi} \bar{\alpha}_s(q_{abt}) w_{ab}(q) \theta(q_{abt} - Q_0)$$

$$q_{abt}^2 = \frac{2\omega_q^2}{w_{ab}(q)} \quad w_{ab}(q) = \frac{1 - \cos \theta_{ab}}{(1 - \cos \theta_{aq})(1 - \cos \theta_{qb})}$$

$$\Sigma_{ab}[Q, u] = S_{ab}(Q, Q_0) + \int_{Q_0}^Q dP_{ab}(q) u(q) \Sigma_{aq}[\omega_q, u] \Sigma_{qb}[\omega_q, u]$$

МК алгоритм для БМС эволюции (1)

Marchesini 2006 [arXiv:hep-ph/0601068](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0601068)

Вероятность расщепления

$$dP_{ab}(q) = d\left(\frac{S_{ab}(Q, Q_0)}{S_{ab}(\omega_q, Q_0)}\right) dR_{ab}(\Omega_q)$$

Угловое распределение

$$\frac{dR_{ab}(\Omega_q)}{d\Omega_q} = \frac{\bar{\alpha}_s(q_{abt})w_{ab}(q)}{N_{ab}(\omega_q)}\theta(q_{abt} - Q_0)$$

Алгоритм: старт с ab-диполя.

используем r случайное число для определения энергии расщепления:

если $r < S(Q, Q_0)$ - диполь не расщепляется (до Q_0).

если $r > S(Q, Q_0)$ - диполь расщепляется при ω_q такой что $S_{ab}(\omega_q, Q_0) \cdot r = S_{ab}(Q, Q_0)$

генерируем направление согласно распределению $dR_{ab}(\Omega_q)$

повторяем для двух дочерних диполей aq и qb пока не достигнем масштаба Q_0

Представленный МК расчет не воспроизводит BMS эволюцию

$$q_{abt}^2 = \frac{2\omega_q^2}{w_{ab}(q)}$$

МК

$$\ln S_{ab}(Q, Q_0) = - \int_{Q_0}^Q \frac{d\omega_q}{\omega_q} \frac{d\Omega_q}{4\pi} \bar{\alpha}_s(q_{abt}) w_{ab}(q) \theta(q_{abt} - Q_0)$$

БМС

$$\ln S_{ab}(Q, Q_0) = - \int_{Q_0}^Q \frac{d\omega_q}{\omega_q} \frac{d\Omega_q}{4\pi} \bar{\alpha}_s(\omega_q) w_{ab}(q)$$



$$\ln S_{ab}(Q, Q_0) = - \int_{Q_0}^Q \frac{d\omega_q}{\omega_q} \frac{d\Omega_q}{4\pi} \bar{\alpha}_s(\omega_q) w_{ab}(q) \Theta(\cos(\theta)_{\max} - \cos(\theta))$$

Сведения о диссертации

Научный руководитель:

- **Ким Виктор Тимофеевич**, д.ф.-м.н., Зам. руководителя ОФВЭ по научной работе, Заведующий лабораторией физики элементарных частиц, в.н.с., ФГБУ ПИЯФ НИЦ КИ, профессор ФГАОУ ВО СПбПУ

Официальные оппоненты:

Ведущая организация: