

Радиационные поправки в экспериментах по упругому  
рассеянию электронов и позитронов на протонах  
(по материалам кандидатской диссертации)

Грамолин Александр Валерьевич

(Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск)



Семинар ОФВЭ ПИЯФ  
Гатчина, 1 ноября 2016 г.

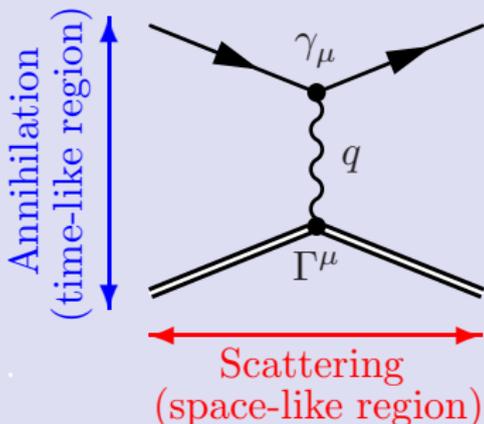
# План доклада

- Введение
- Радиационные поправки в экспериментах с регистрацией рассеянного электрона
- Переобработка данных SLAC по упругому электрон-протонному рассеянию
- Радиационные поправки в экспериментах с регистрацией электрона/позитрона и протона
- Измерение вклада двухфотонного обмена в сечения упругого  $e^\pm p$ -рассеяния
- Заключение

# Введение

# Электромагнитные формфакторы протона

## Однофотонное приближение



Space-like FFs:  $Q^2 = -q^2 \geq 0$

## Интерпретация (Breit frame)

$$G_{E,M}(q^2) = \int \rho_{E,M}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$$

## Вершинный оператор $\Gamma^\mu(q)$

$$\Gamma^\mu(q) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2M} F_2(q^2)$$

$F_1(q^2)$  – формфактор Дирака

$F_2(q^2)$  – формфактор Паули

## Формфакторы Сакса

- **Электрический формфактор:**  
 $G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \frac{Q^2}{4M^2} F_2(Q^2)$
- **Магнитный формфактор:**  
 $G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + F_2(Q^2)$
- **Дипольная формула:**  
 $G_E \approx G_D, \quad G_M \approx \mu G_D,$   
 $G_D = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71}\right)^{-2},$   
 где  $\mu \approx 2.79$  – магнитный момент протона

# Два метода измерения формфакторов протона

## Метод Розенблюта

Формула Розенблюта (1950):

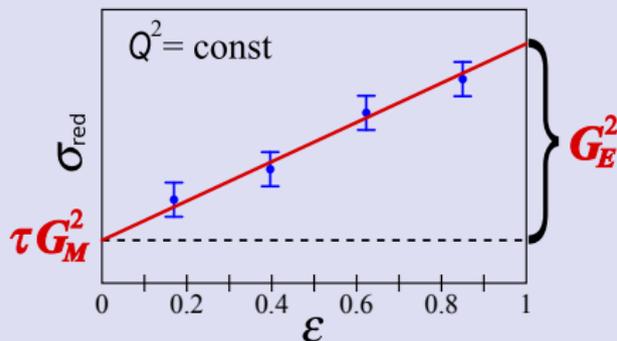
$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{\sigma_{\text{red}}}{\varepsilon(1+\tau)} \frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega},$$

где  $\sigma_{\text{red}} = \varepsilon G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)$

– «редуцированное сечение»,

$$\tau = Q^2/(4M^2),$$

$$\varepsilon = [1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \frac{\theta}{2}]^{-1}$$



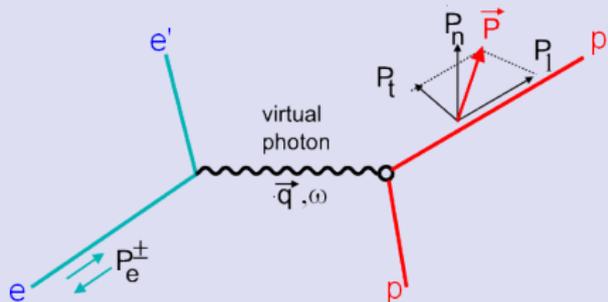
## Поляризационный метод

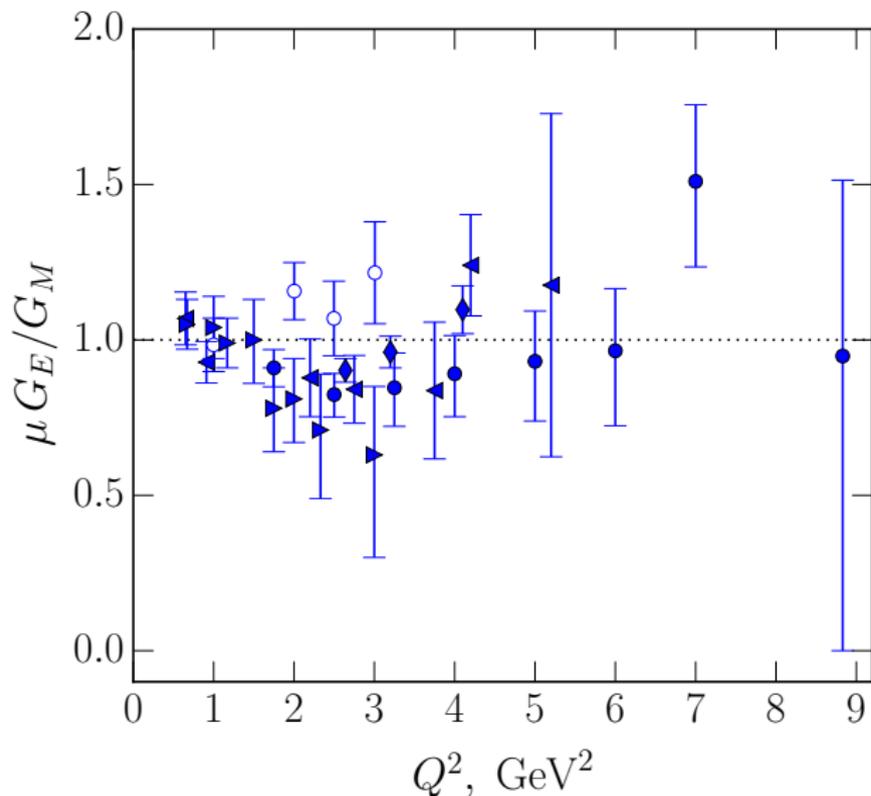
(А.И. Ахиезер и М.П. Рекало, 1968)

Используется процесс  $\vec{e}p \rightarrow e'\vec{p}'$   
и измеряется отношение  $G_E/G_M$ :

$$\frac{G_E}{G_M} = -\frac{P_t}{P_l} \sqrt{\frac{\tau(1+\varepsilon)}{2\varepsilon}},$$

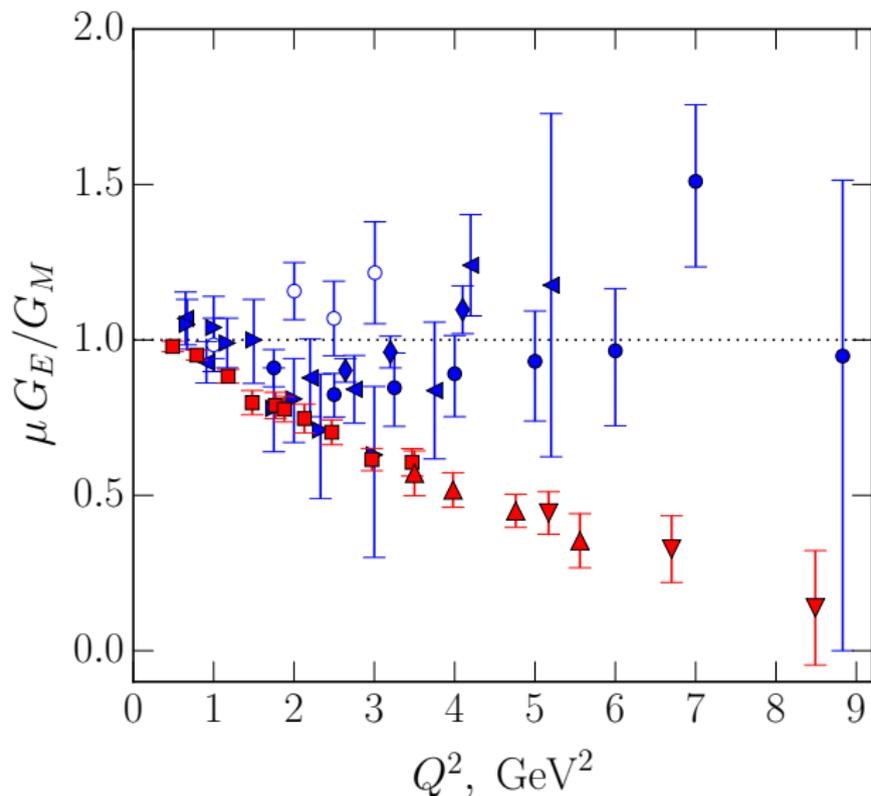
$P_t$  и  $P_l$  – поперечная и продольная  
поляризации протона отдачи



Мировые данные для  $\mu G_E/G_M$ 

## Unpolarized data:

- ▶ Bartel (DESY, 1973)
- Walker (SLAC, 1994)
- Andivahis (SLAC, 1994)
- ◀ Christy (JLab, 2004)
- ◆ Qattan (JLab, 2005)

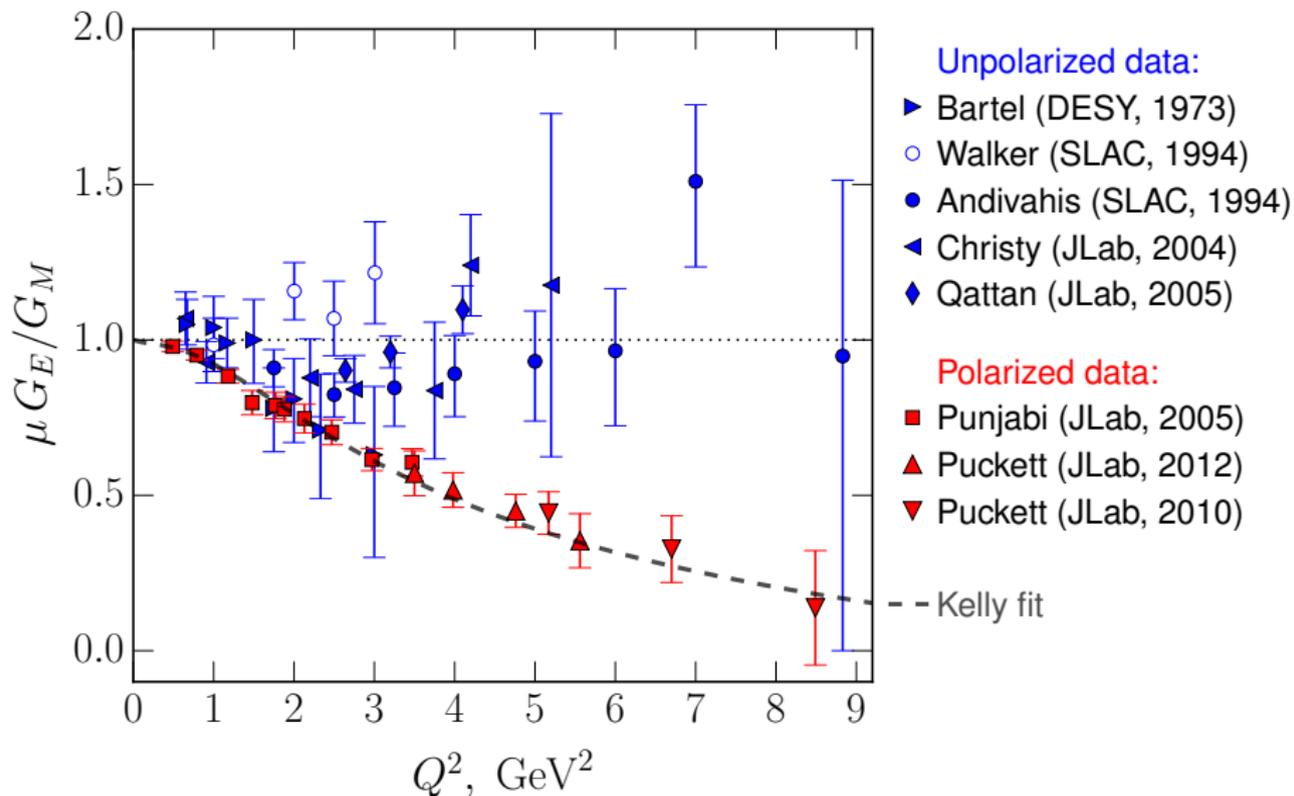
Мировые данные для  $\mu G_E/G_M$ 

## Unpolarized data:

- ▶ Bartel (DESY, 1973)
- Walker (SLAC, 1994)
- Andivahis (SLAC, 1994)
- ◀ Christy (JLab, 2004)
- ◆ Qattan (JLab, 2005)

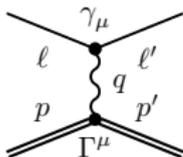
## Polarized data:

- Punjabi (JLab, 2005)
- ▲ Puckett (JLab, 2012)
- ▼ Puckett (JLab, 2010)

Мировые данные для  $\mu G_E/G_M$ 

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



$$\mathcal{M}_{1\gamma}$$

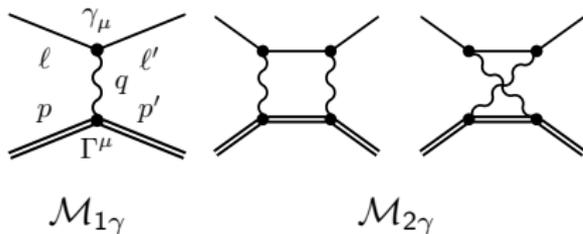
- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

$$\begin{aligned} \sigma(e^\pm p) \propto & |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\ & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vac}}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^p) + \\ & + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^p|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^p) + \mathcal{O}(\alpha^4) \end{aligned}$$

- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



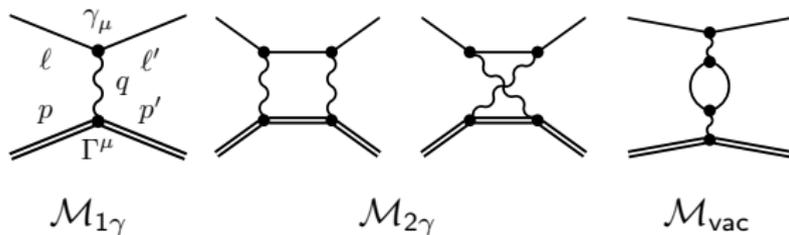
- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

$$\begin{aligned} \sigma(e^\pm p) \propto & |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\ & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vac}}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^p) + \\ & + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^p|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^p) + \mathcal{O}(\alpha^4) \end{aligned}$$

- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



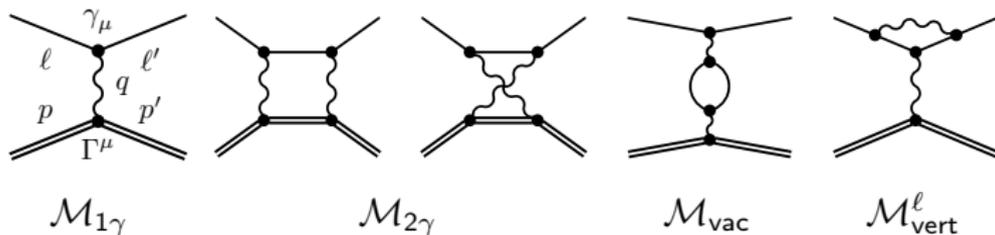
- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

$$\begin{aligned}
 \sigma(e^\pm p) \propto & |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\
 & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vac}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vert}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vert}^p) + \\
 & + |\mathcal{M}_{brems}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{brems}^p|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{brems}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{brems}^p) + \mathcal{O}(\alpha^4)
 \end{aligned}$$

- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



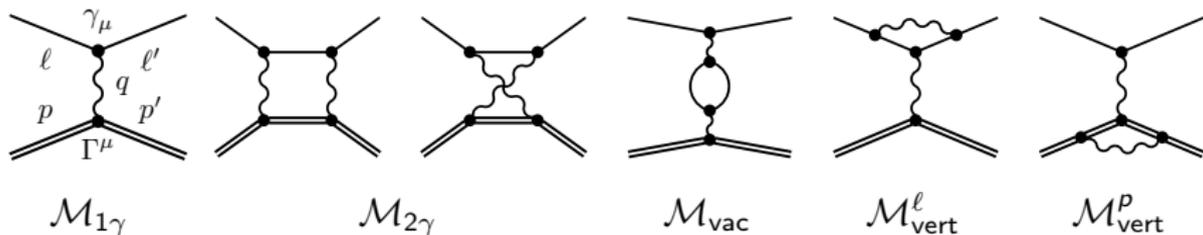
- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

$$\begin{aligned}
 \sigma(e^\pm p) \propto & |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\
 & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vac}}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^p) + \\
 & + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^p|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^p) + \mathcal{O}(\alpha^4)
 \end{aligned}$$

- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



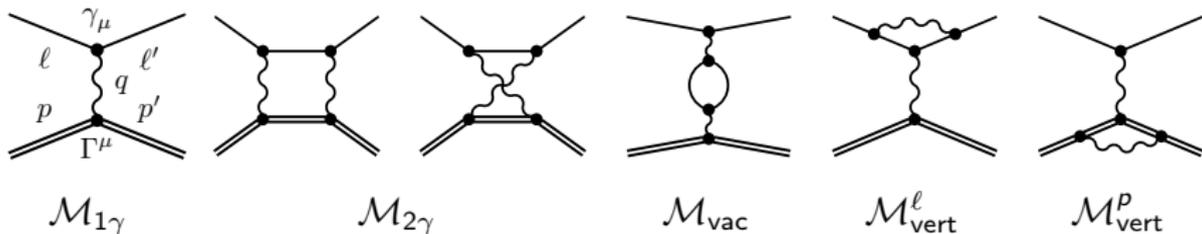
- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

$$\begin{aligned}
 \sigma(e^\pm p) \propto & |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\
 & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vac}}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^p) + \\
 & + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^p|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^p) + \mathcal{O}(\alpha^4)
 \end{aligned}$$

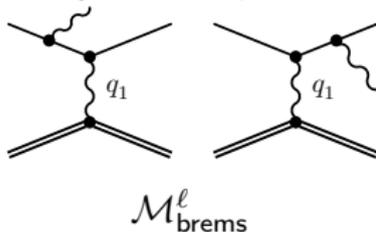
- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

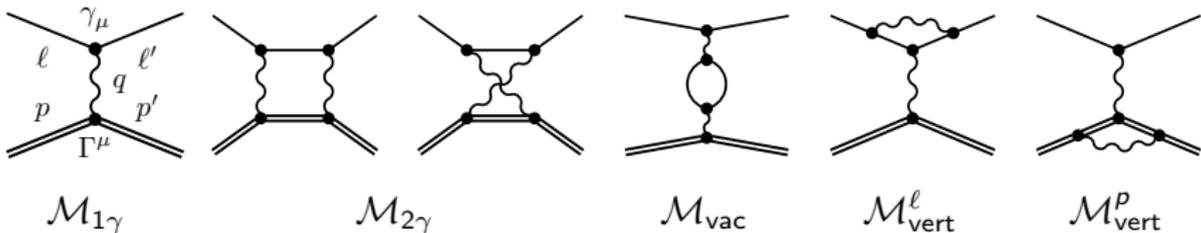


$$\begin{aligned}
 & \sigma(e^\pm p) \alpha |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\
 & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vac}}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^p) + \\
 & + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^p|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^p) + \mathcal{O}(\alpha^4)
 \end{aligned}$$

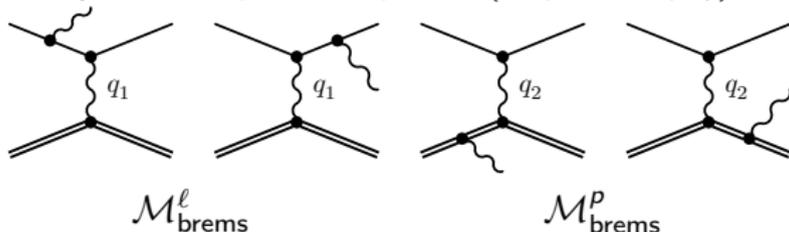
- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

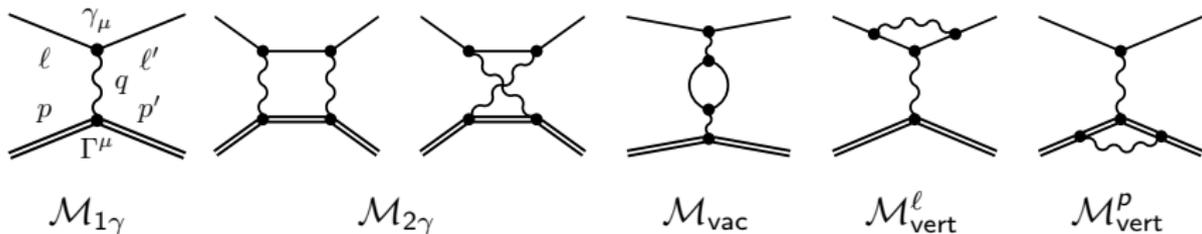


$$\begin{aligned}
 & \sigma(e^\pm p) \propto |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\
 & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vac}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vert}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vert}^P) + \\
 & + |\mathcal{M}_{brems}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{brems}^P|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{brems}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{brems}^P) + \mathcal{O}(\alpha^4)
 \end{aligned}$$

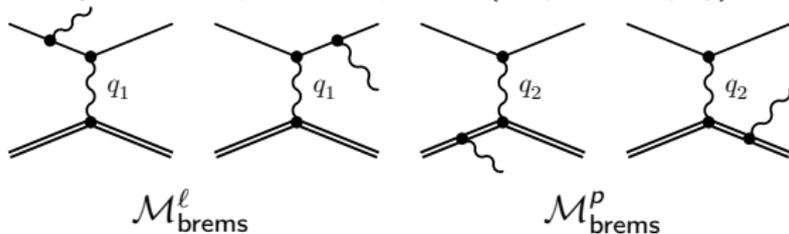
- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^- p$ - и  $e^+ p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):

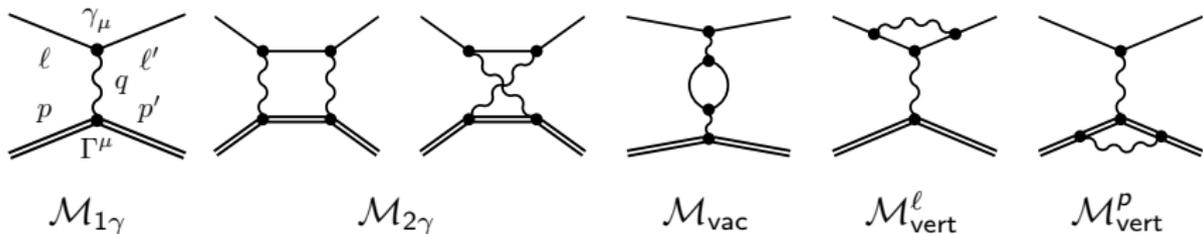


$$\begin{aligned}
 & \sigma(e^\pm p) \alpha |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\
 & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vac}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vert}^\ell) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{vert}^p) + \\
 & + |\mathcal{M}_{brems}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{brems}^p|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{brems}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{brems}^p) + \mathcal{O}(\alpha^4)
 \end{aligned}$$

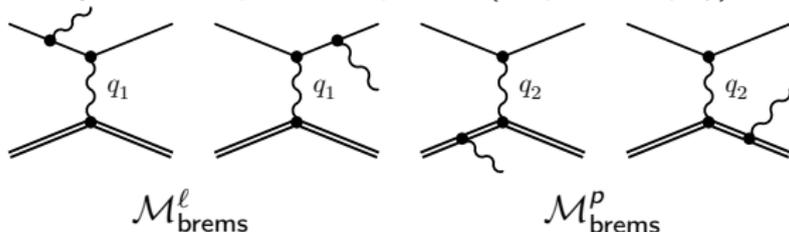
- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки низшего порядка по $\alpha$

- «Упругое» рассеяние ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ):



- Тормозное излучение первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ):



$$\begin{aligned}
 & \sigma(e^\pm p) \propto |\mathcal{M}_{1\gamma}|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}) + \\
 & + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vac}}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^{\ell}) + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{\text{vert}}^P) + \\
 & + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell}|^2 + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^P|^2 \pm 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^P) + \mathcal{O}(\alpha^4)
 \end{aligned}$$

- Сокращение инфракрасных расходимостей (показано цветом)
- Некоторые члены меняют знак в случае  $e^-p$ - и  $e^+p$ -рассеяния

# Радиационные поправки в экспериментах с регистрацией рассеянного электрона

## Упругое $ep$ -рассеяние и радиационные поправки

- В низшем порядке по  $\alpha$  процесс описывается формулой Розенблюта:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega_3} = \frac{1}{\varepsilon(1+\tau)} [\varepsilon G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)] \frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_3},$$

где  $\frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_3} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta_3/2)}{4E_1^2 \sin^4(\theta_3/2)} \eta^{-1}$ ,  $\eta = \frac{E_1}{E_3^{\text{el}}} = 1 + \frac{E_1}{M}(1 - \cos\theta_3)$

- Вклад процессов следующего порядка – радиационные поправки:

$$\frac{d\sigma_{\text{meas}}}{d\Omega_3} = C_{\text{rad}} \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}, \quad \text{где } C_{\text{rad}} = 1 + \delta(\Delta E), \quad E_3^{\text{el}} - E_3 \leq \Delta E$$

- Процедура экспоненцирования (Yennie, Frautschi & Suura):

$$1 + \delta(\Delta E) \rightarrow \exp[\delta(\Delta E)]$$

- Мы будем использовать следующую формулу:

$$C_{\text{rad}} = \exp(\delta_{\text{MTj}} + \delta_{\text{vac}} + \delta_{\text{int.br.}} + \delta_{\text{ext.br.}}) C_L,$$

где  $\delta_{\text{MTj}}$ ,  $\delta_{\text{vac}}$  и  $\delta_{\text{int.br.}}$  – **внутренние**,  
а  $\delta_{\text{ext.br.}}$  и  $C_L$  – **внешние** радиационные поправки

## «Стандартные» радиационные поправки

- Чаще всего используется [Mo & Tsai, RMP 41, 205 \(1969\)](#)
- Более современный подход – [Maximon & Tjon, PRC 62, 054320 \(2000\)](#):

$$\delta_{\text{МТj}} = \frac{\alpha}{\pi} \left[ \frac{13}{6} \ln \frac{Q^2}{m^2} - \frac{28}{9} - \left( \ln \frac{Q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{4E_1 E_3^{\text{el}}}{(2\eta\Delta E)^2} - \frac{1}{2} \ln^2 \eta + \Phi \left( \cos^2 \frac{\theta_3}{2} \right) - \frac{\pi^2}{6} \right] +$$

$$+ \frac{2\alpha Z}{\pi} \left[ -\ln \eta \ln \frac{Q^2 x}{(2\eta\Delta E)^2} + \Phi \left( 1 - \frac{\eta}{x} \right) - \Phi \left( 1 - \frac{1}{\eta x} \right) \right] +$$

$$+ \frac{\alpha Z^2}{\pi} \left\{ \frac{E_4}{|\mathbf{p}_4|} \left[ -\frac{1}{2} \ln^2 x - \ln x \ln \frac{Q^2 + 4M^2}{M^2} + \ln x - \Phi \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right) + 2\Phi \left( -\frac{1}{x} \right) + \frac{\pi^2}{6} \right] - \right.$$

$$\left. - \left( \frac{E_4}{|\mathbf{p}_4|} \ln x - 1 \right) \ln \frac{M^2}{(2\eta\Delta E)^2} + 1 \right\}, \quad \text{где } \Phi(y) = -\int_0^y \frac{\ln|1-u|}{u} du$$

- Эти подходы по-разному учитывают «мягкий» двухфотонный обмен:

$$\delta'_{2\gamma} = -\frac{\alpha Z}{\pi} \left[ \ln \eta \ln \frac{Q^4}{4M^2 E_1 E_3^{\text{el}}} + 2\Phi \left( 1 - \frac{M}{2E_1} \right) - 2\Phi \left( 1 - \frac{M}{2E_3^{\text{el}}} \right) \right]$$

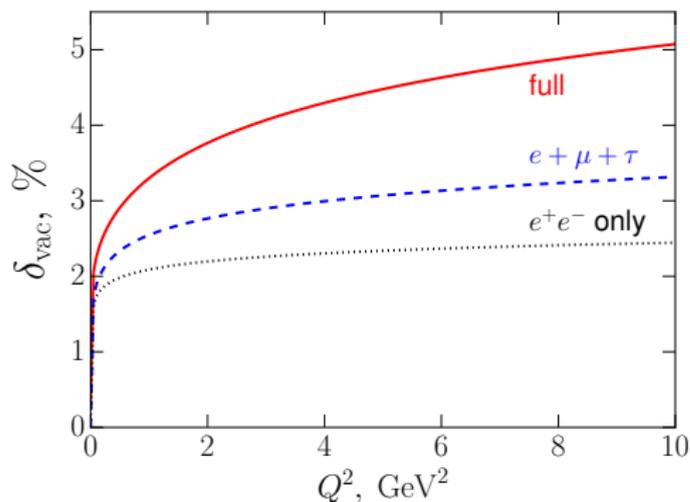
- В работе Р. Е. Герасимова и В. С. Фаина [[ЯФ 78, 73 \(2015\)](#)] показано, что Мо и Тсай допустили ошибку при учете тормозного излучения!

# Поправка на поляризацию вакуума

- **Лептонный вклад** ( $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$  и  $\tau^+\tau^-$ ) в поляризацию вакуума:

$$\delta_{\text{vac}}^{e,\mu,\tau} = \frac{2\alpha}{3\pi} \left\{ -\frac{5}{3} + \frac{4m_\ell^2}{Q^2} + \left(1 - \frac{2m_\ell^2}{Q^2}\right) \sqrt{1 + \frac{4m_\ell^2}{Q^2}} \ln \left[ \frac{Q^2}{4m_\ell^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4m_\ell^2}{Q^2}}\right)^2 \right] \right\}$$

- **Адронный вклад:**  $\delta_{\text{vac}}^q = 0.002 [1.513 + 2.822 \ln(1 + 1.218Q^2)]$



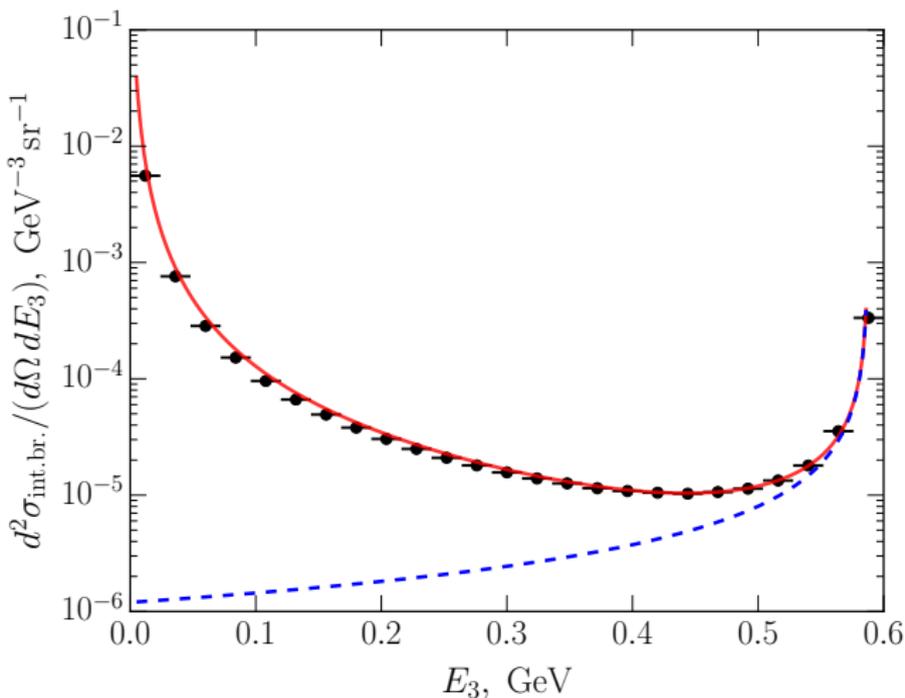
- Вклад от  $e^+e^-$  уже учтен:

$$\delta_{\text{vac}}^e = \frac{2\alpha}{3\pi} \left( -\frac{5}{3} + \ln \frac{Q^2}{m^2} \right)$$

- Неучтенная часть поправки:

$$\delta_{\text{vac}} = \delta_{\text{vac}}^\mu + \delta_{\text{vac}}^\tau + \delta_{\text{vac}}^q$$

## «Радиационный хвост» от тормозного излучения

Кинематика:  $E_1 = 1$  ГэВ,  $\theta_3 = 70^\circ$ ,  $E_3^{\text{el}} = 0.588$  ГэВТочки: генератор событий ESEPP [[J. Phys. G 41, 115001 \(2014\)](#)]

Кривые: мягкофотонное приближение, более accurатная модель

# Более аккуратное описание радиационного хвоста

- В пиковом приближении дифференциальное сечение для тормозного излучения записывается по Мо и Тсаю [Rev. Mod. Phys. **41**, 205 (1969)] как

$$\frac{d^2\sigma_{\text{int.br.}}}{d\Omega_3 dE_3} = \frac{M + (E_1 - \omega_1)(1 - \cos\theta_3)}{M - E_3(1 - \cos\theta_3)} \frac{t_1}{\omega_1} \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}(E_1 - \omega_1) + \frac{t_3}{\omega_3} \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}(E_1),$$

где

$$t_{1,3} = \frac{\alpha}{\pi} \left[ \frac{1 + x_{1,3}^2}{2} \ln \frac{2E_1 E_3 (1 - \cos\theta_3)}{m^2} - x_{1,3} \right],$$

$$x_1 = \frac{E_1 - \omega_1}{E_1}, \quad x_3 = \frac{E_3}{E_3 + \omega_3},$$

$$\omega_1 = \frac{M + E_1(1 - \cos\theta_3)}{M - E_3(1 - \cos\theta_3)} \omega_3, \quad \omega_3 = E_3^{\text{el}} - E_3$$

- Дополнительная поправка вычисляется по формуле

$$\delta_{\text{int.br.}} = \frac{2\alpha}{\pi} \left( \ln \frac{Q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{\delta E}{\Delta E} + \left[ \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}(E_1) \right]^{-1} \int_{E_3^{\text{el}} - \Delta E}^{E_3^{\text{el}} - \delta E} \frac{d^2\sigma_{\text{int.br.}}}{d\Omega_3 dE_3} dE_3$$

## Внешнее тормозное излучение

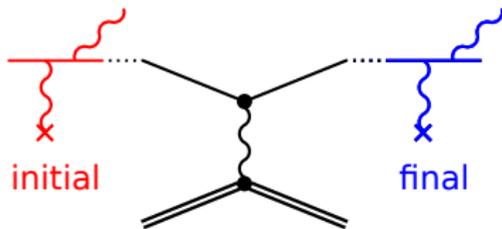
- Используем дифференциальное сечение из Y.-S. Tsai, SLAC-PUB-848:

$$\frac{d^2\sigma_{\text{ext.br.}}}{d\Omega_3 dE_3} = \frac{1}{\Gamma(1 + b_i t_i)} \frac{1}{\Gamma(1 + b_f t_f)} \left(\frac{\omega_1}{E_1}\right)^{b_i t_i} \left(\frac{\omega_3}{E_3^{\text{el}}}\right)^{b_f t_f} \times$$

$$\times \left[ \frac{M + (E_1 - \omega_1)(1 - \cos\theta_3)}{M - E_3(1 - \cos\theta_3)} \frac{b_i t_i}{\omega_1} \phi\left(\frac{\omega_1}{E_1}\right) \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}(E_1 - \omega_1) + \frac{b_f t_f}{\omega_3} \phi\left(\frac{\omega_3}{E_3^{\text{el}}}\right) \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}(E_1) \right],$$

где  $\phi\left(\frac{\omega}{E}\right) = 1 - \frac{\omega}{E} + \frac{3}{4}\left(\frac{\omega}{E}\right)^2,$

$$b = \frac{4}{3} + \frac{4}{9}\alpha r_e^2 N_A \frac{Z(Z+1)}{A} X_0$$



- Тогда поправка на внешнее тормозное излучение электрона равна

$$\exp(\delta_{\text{ext.br.}}) = \frac{1}{\Gamma(1 + b_i t_i)} \frac{1}{\Gamma(1 + b_f t_f)} \left(\frac{\eta^2 \delta E}{E_1}\right)^{b_i t_i} \left(\frac{\delta E}{E_3^{\text{el}}}\right)^{b_f t_f} +$$

$$+ \left[ \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}(E_1) \right]^{-1} \int_{E_3^{\text{el}} - \Delta E}^{E_3^{\text{el}} - \delta E} \frac{d^2\sigma_{\text{ext.br.}}}{d\Omega_3 dE_3} dE_3$$

## Ионизационные потери электрона до/после рассеяния

- Наиболее вероятные потери энергии,  $\Delta E_0$  (для случая  $\beta\gamma \gg 1$ ):

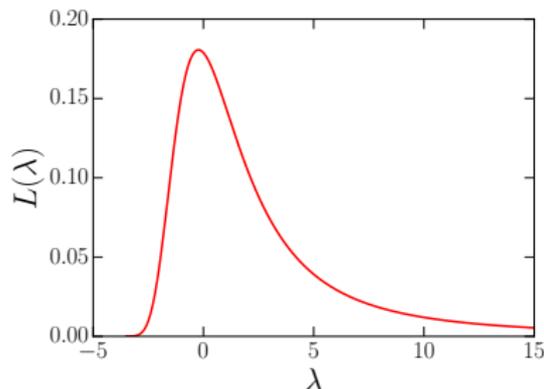
$$\Delta E_0 = \xi \left( \ln \frac{\alpha^2 X_0 t}{r_e \rho} + 0.2 \right), \quad \text{где} \quad \xi = 2\pi m r_e^2 N_A \frac{Z}{A} X_0 t.$$

Для жидководородной мишени с  $t = 1\%$ :  $\Delta E_0 = 2.1$  МэВ

- Флуктуации ионизационных потерь описываются распределением Ландау:

$$L(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-u \ln u - \lambda u) \sin(\pi u) du,$$

где  $\lambda = \frac{\Delta E_\lambda - \Delta E_0}{\xi}$



- Поправка к сечению,  $C_L$ , учитывающая флуктуации ионизационных потерь:

$$C_L = 1 - \frac{1}{\xi_i} \int_{\eta^2 \Delta E}^{\infty} L\left(\frac{\omega}{\xi_i}\right) d\omega - \frac{1}{\xi_f} \int_{\Delta E}^{\infty} L\left(\frac{\omega}{\xi_f}\right) d\omega$$

# Переобработка данных SLAC по упругому электрон-протонному рассеянию

## Эксперименты E140 и NE11 в SLAC

- Эксперимент E140 [R. C. Walker *et al.*, *Phys. Rev. D* **49**, 5671 (1994)]:

$$Q^2 = 1, 2.003, 2.497, 3.007 \text{ ГэВ}^2,$$

$$\Delta_{\text{stat}} = (0.6 \div 2.6)\%, \quad \Delta_{\text{syst}} = 0.5\%, \quad \Delta_{\text{norm}} = 1.9\%$$

- Эксперимент NE11 [L. Andivahis *et al.*, *Phys. Rev. D* **50**, 5491 (1994)]:

$$Q^2 = 1.75, 2.5, 3.25, 4, 5, 6, 7, 8.83 \text{ ГэВ}^2$$

- Спектрометр на 8 ГэВ:

$$\Delta_{\text{stat}} = (0.5 \div 2.3)\%, \quad \Delta_{\text{syst}} = 1.06\%, \quad \Delta_{\text{norm}} = 1.77\%$$

- Спектрометр на 1.6 ГэВ ( $\theta_3 = 90^\circ$ ):

$$\Delta_{\text{stat}} = (0.2 \div 3.9)\%, \quad \Delta_{\text{syst}} = 1.12\%, \quad \Delta_{\text{norm}} = 1.77\%$$

- Использовалась одна и та же процедура учета радиационных поправок
- Вместе измерения покрывают широкий диапазон  $Q^2$ , от 1 до 8.83 ГэВ<sup>2</sup>
- Достаточно информации для перевычисления радиационных поправок

## Переобработка данных SLAC (1)

- Для отбора событий вместо ограничения на  $\Delta E$  использовалось условие

$$W^2 \leq W_{\text{cut}}^2 = 0.96 \div 1.16 \text{ ГэВ}^2, \quad \text{где} \quad W_{\text{cut}}^2 = M^2 + 2\eta M \Delta E$$

- Шесть сечений, измеренных при  $\theta_3 < 15^\circ$  в эксперименте E140, были отброшены как ненадежные (согласно [Phys. Rev. C 68, 034325 \(2003\)](#))
- Для оставшихся 48 дифференциальных сечений были заново вычислены радиационные поправки. Новые значения  $d\sigma_0/d\Omega_3$  больше исходных на величину от 0.09% до 2.17%
- Для 48 точек ( $N_1 = 16$ ,  $N_2 = 24$ ,  $N_3 = 8$ ) минимизировалась функция

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{N_i} \frac{[n_i \sigma_{ij} - \varepsilon_{ij} G_E^2(\tau_{ij}) - \tau_{ij} G_M^2(\tau_{ij})]^2}{(\Delta \sigma_{ij})^2} + \sum_{i=1}^3 \frac{(n_i - 1)^2}{(\Delta n_i)^2},$$

где  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  – новые нормировочные множители для 3 спектрометров

## Переобработка данных SLAC (2)

- Минимизировать  $\chi^2$  можно аналитически, если выбрать **линейные по подгоночным параметрам  $a_i$  и  $b_i$**  параметризации для  $G_E^2$  и  $G_M^2$ :

$$G_E^2(\tau) = (1 - a_1\tau - a_2\tau^2 - a_3\tau^3) G_D^2(\tau),$$

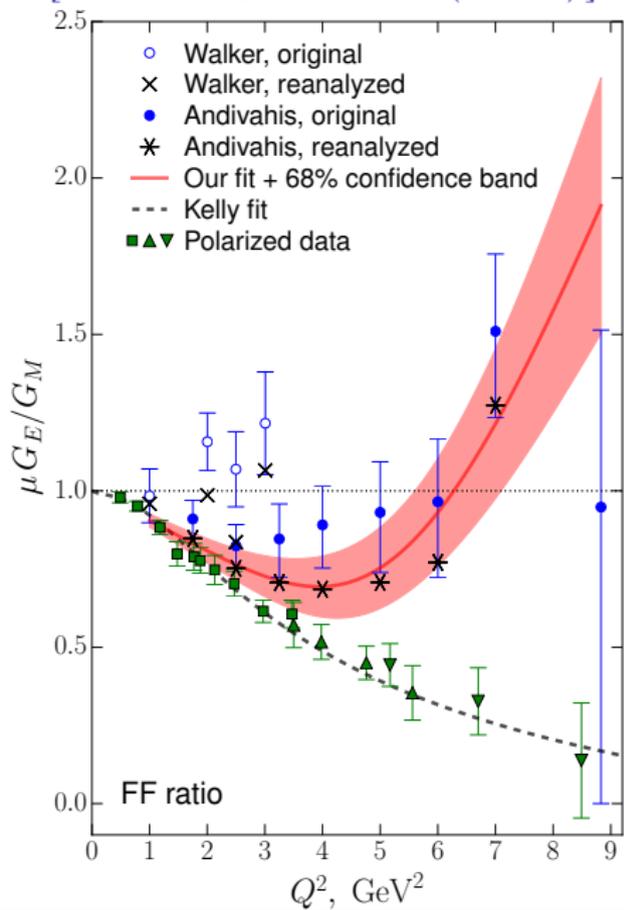
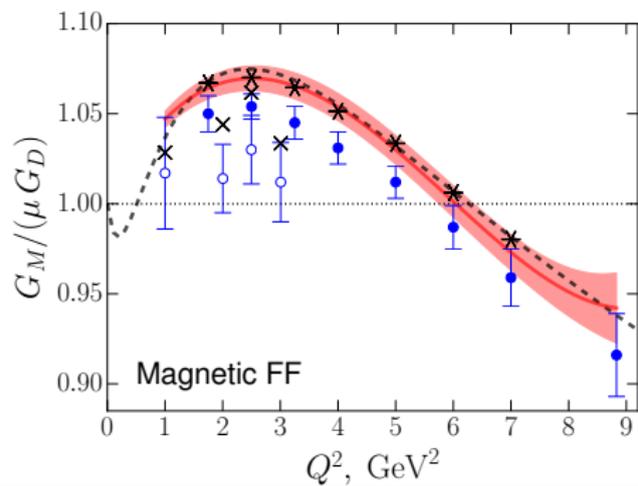
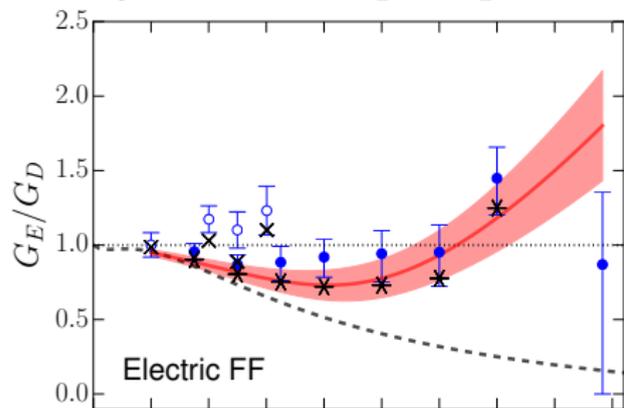
$$G_M^2(\tau) = (1 - b_1\tau - b_2\tau^2 - b_3\tau^3) \mu^2 G_D^2(\tau)$$

- При этом аналитически вычисляется и **ковариационная матрица!**
- Получено значение  $\chi^2 = 26.1$  для  $48 - 9 = 39$  степеней свободы:

|       | $i = 1$            | $i = 2$           | $i = 3$            |
|-------|--------------------|-------------------|--------------------|
| $n_i$ | $1.012 \pm 0.011$  | $1.014 \pm 0.011$ | $0.975 \pm 0.011$  |
| $a_i$ | $0.197 \pm 0.211$  | $0.703 \pm 0.426$ | $-0.454 \pm 0.209$ |
| $b_i$ | $-0.444 \pm 0.043$ | $0.397 \pm 0.045$ | $-0.081 \pm 0.013$ |

- Исходно:  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1$ ,  $n_3 = 0.958$  ( $\Delta n_1 = 0.019$ ,  $\Delta n_{2,3} = 0.0177$ )
- Модельные ошибки, связанные с выбором параметризации, не изучались, но они не должны быть большими, т. к. выбраны «гибкие» функции; кроме того, проводилось сравнение с методом Розенблюта
- Все исходные данные и полный текст программы переобработки (на языке Python) доступны на [github.com/gramolin/rosenbluth/](https://github.com/gramolin/rosenbluth/)

# Результаты переобработки [PRC 93, 055201 (2016)]



# Радиационные поправки в экспериментах с регистрацией электрона/позитрона и протона

Кинематика процесса  $l^\pm p \rightarrow l^\pm p \gamma$ 

- Четырех-импульсы частиц в лабораторной системе отсчета:

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}_1) = (E_1, 0, 0, |\mathbf{p}_1|),$$

$$p_2 = (M, \mathbf{0}) = (M, 0, 0, 0),$$

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}_3) = (E_3, |\mathbf{p}_3| \sin \theta_3, 0, |\mathbf{p}_3| \cos \theta_3),$$

$$p_4 = (E_4, \mathbf{p}_4) = (E_4, |\mathbf{p}_4| \sin \theta_4 \cos \phi_4, |\mathbf{p}_4| \sin \theta_4 \sin \phi_4, |\mathbf{p}_4| \cos \theta_4),$$

$$p_5 = (E_5, \mathbf{p}_5) = (E_5, E_5 \sin \theta_5 \cos \phi_5, E_5 \sin \theta_5 \sin \phi_5, E_5 \cos \theta_5)$$

- Четыре базовых кинематических переменных:  $\theta_3$ ,  $E_5$ ,  $\theta_5$  и  $\phi_5$  (считается, что энергия пучка  $E_1$  известна)
- Энергия  $E_3$  рассеянного лептона находится из уравнения

$$A\sqrt{E_3^2 - m^2} = BE_3 + C,$$

где коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$  равны

$$A = |\mathbf{p}_1| \cos \theta_3 - E_5(\cos \theta_3 \cos \theta_5 + \sin \theta_3 \sin \theta_5 \cos \phi_5),$$

$$B = E_1 + M - E_5, \quad C = E_5(E_1 + M - |\mathbf{p}_1| \cos \theta_5) - ME_1 - m^2$$

- $E_3$  известна  $\Rightarrow p_1, p_2, p_3$  и  $p_5$  известны, тогда

$$p_4 = p_1 + p_2 - p_3 - p_5$$

$l^\pm p \rightarrow l^\pm p \gamma$ : мягкофотонное приближение

- Дифференциальное сечение в мягкофотонном приближении:

$$\frac{d^3\sigma_{\text{brems}}}{d\Omega_3 d\Omega_5 dE_5} = -\frac{\alpha E_5}{4\pi^2} \left[ -\frac{p_1}{p_1 \cdot p_5} + \frac{Zp_2}{p_2 \cdot p_5} + \frac{p_3}{p_3 \cdot p_5} - \frac{Zp_4}{p_4 \cdot p_5} \right]^2 \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3}$$

- После интегрирования по всем направлениям фотона и энергиям  $E_5 < E_5^{\text{cut}}$ :

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma_{\text{brems}}}{d\Omega_3} \right|_{E_5 < E_5^{\text{cut}}} &= \frac{-\alpha}{4\pi^2} \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3} \int_{E_5 < E_5^{\text{cut}}} \frac{d^3p_5}{E_5} \left[ -\frac{p_1}{p_1 \cdot p_5} + \frac{Zp_2}{p_2 \cdot p_5} + \frac{p_3}{p_3 \cdot p_5} - \frac{Zp_4}{p_4 \cdot p_5} \right]^2 = \\ &= -2\alpha \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3} \sum_{i,j} \Theta(p_i)\Theta(p_j)B(p_i, p_j, E_5^{\text{cut}}), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} B(p_i, p_j, E_5^{\text{cut}}) &= \frac{1}{8\pi^2} \int_{E_5 < E_5^{\text{cut}}} \frac{d^3p_5}{E_5} \frac{p_i \cdot p_j}{(p_i \cdot p_5)(p_j \cdot p_5)} = \\ &= \frac{p_i \cdot p_j}{4\pi} \int_0^1 \frac{dx}{p_x^2} \left( \ln \frac{4(E_5^{\text{cut}})^2}{p_x^2} + \frac{p_x^0}{|\mathbf{p}_x|} \ln \frac{p_x^0 - |\mathbf{p}_x|}{p_x^0 + |\mathbf{p}_x|} + \ln \frac{p_x^2}{\lambda^2} \right), \\ p_x &= (p_x^0, \mathbf{p}_x) = xp_i + (1-x)p_j, \end{aligned}$$

$\Theta(p_1) = -1$ ,  $\Theta(p_2) = Z$ ,  $\Theta(p_3) = 1$ ,  $\Theta(p_4) = -Z$ ,  $\lambda$  — фиктивная масса фотона

$\ell^\pm p \rightarrow \ell^\pm p \gamma$ : аккуратный расчет в рамках КЭД

- Дифференциальное сечение процесса  $\ell^\pm p \rightarrow \ell^\pm p \gamma$  записывается как

$$\frac{d^3\sigma_{\text{brems}}}{d\Omega_3 d\Omega_5 dE_5} = \frac{1}{(4\pi)^5} \frac{1}{M|\mathbf{p}_1|} \sum_{E_3} \frac{E_5 |\mathbf{p}_3|^2 |\mathcal{M}_{\text{brems}}|^2}{|AE_3 - B|\mathbf{p}_3|},$$

где

$$|\mathcal{M}_{\text{brems}}|^2 = |\mathcal{M}_{\text{brems}}^\ell|^2 + |\mathcal{M}_{\text{brems}}^p|^2 + 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^p)$$

- Выражения для  $|\mathcal{M}_{\text{brems}}^\ell|^2$ ,  $|\mathcal{M}_{\text{brems}}^p|^2$  и  $2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_{\text{brems}}^{\ell\dagger} \mathcal{M}_{\text{brems}}^p)$  могут быть легко получены в рамках КЭД без использования мягкофотонного или ультрарелятивистского приближений
- Громоздкие вычисления проводились с помощью Mathematica и FeynCalc. Детали могут быть найдены на [github.com/gramolin/esepp](https://github.com/gramolin/esepp)
- Используемая модель предполагает, что 1) промежуточные адронные состояния при излучении с протонной линии представлены только виртуальными протонами и 2) что вершины фотон-протонного взаимодействия описываются одним и тем же вершинным оператором  $\Gamma^\mu$  как для виртуальных, так и для реальных фотонов
- Следует помнить о возможной модельной зависимости радиационных поправок от используемой параметризации для формфакторов протона

## Сокращение инфракрасных расходимостей

Сумма упругого и неупругого сечений после сокращения расходимостей равна

$$\frac{d\sigma_{\text{elast}}}{d\Omega_3} + \frac{d\sigma_{\text{brems}}}{d\Omega_3} \Big|_{E_5 < E_5^{\text{cut}}} = (1 + \delta_{\text{virt}} + \delta_{\text{brems}}) \frac{d\sigma_0}{d\Omega_3},$$

где

$$\delta_{\text{virt}} = \delta_{\text{vac}}^e + \delta_{\text{vert}},$$

$$\delta_{\text{brems}} = \delta_{\text{brems}}^{\ell\ell} + \delta_{\text{brems}}^{pp} + \delta_{\text{brems}}^{\ell p},$$

$$\delta_{\text{vac}}^e = \frac{2\alpha}{3\pi} \left( -\frac{5}{3} + \ln \frac{Q^2}{m_e^2} \right),$$

$$\delta_{\text{vert}} = \frac{\alpha}{\pi} \left( \frac{3}{2} \ln \frac{Q^2}{m^2} - 2 \right),$$

$$\delta_{\text{brems}}^{\ell\ell} = -2\alpha \left[ \tilde{B}(p_1, p_1, E_5^{\text{cut}}) - 2\tilde{B}(p_1, p_3, E_5^{\text{cut}}) + \tilde{B}(p_3, p_3, E_5^{\text{cut}}) \right],$$

$$\delta_{\text{brems}}^{pp} = -2Z^2\alpha \left[ \tilde{B}(p_2, p_2, E_5^{\text{cut}}) - 2\tilde{B}(p_2, p_4, E_5^{\text{cut}}) + \tilde{B}(p_4, p_4, E_5^{\text{cut}}) \right],$$

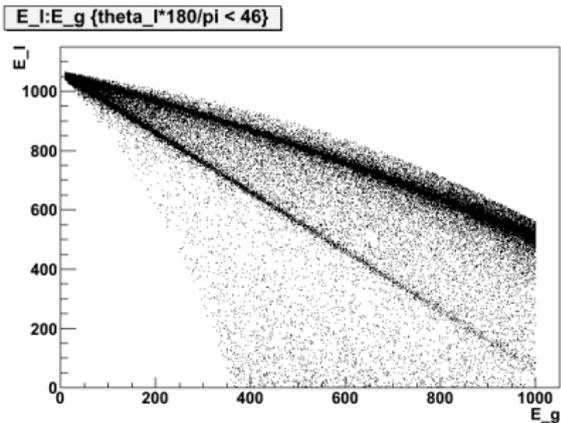
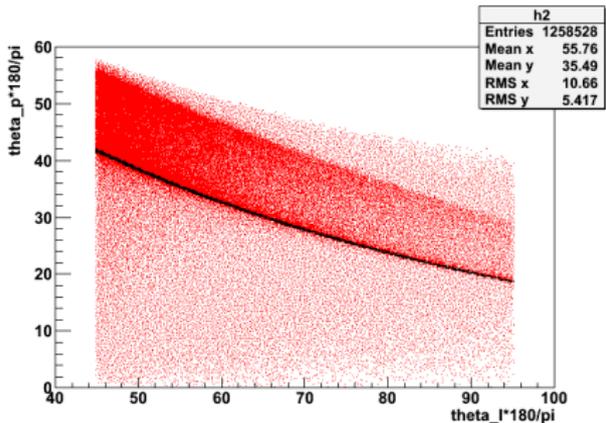
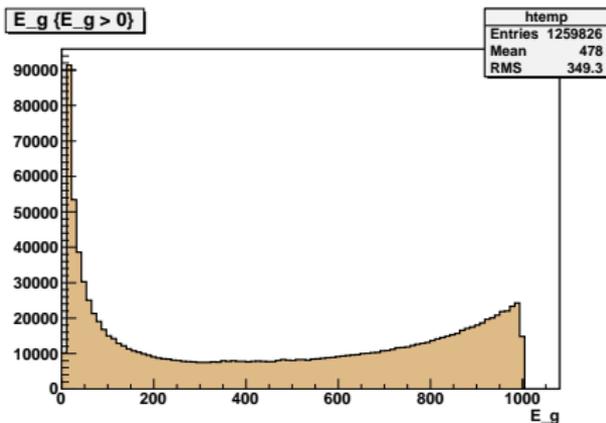
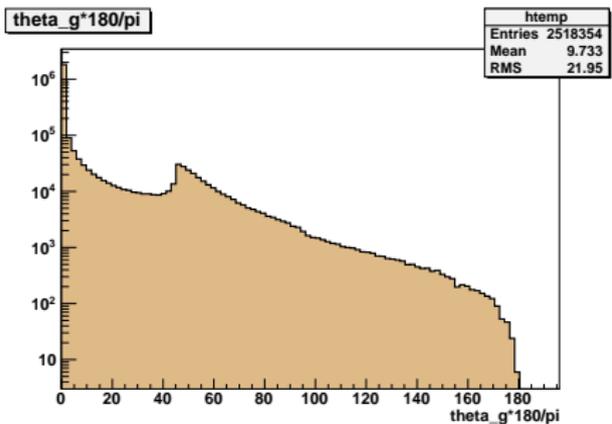
$$\delta_{\text{brems}}^{\ell p} = 4Z\alpha \left[ \tilde{B}(p_1, p_2, E_5^{\text{cut}}) - \tilde{B}(p_1, p_4, E_5^{\text{cut}}) - \tilde{B}(p_2, p_3, E_5^{\text{cut}}) + \tilde{B}(p_3, p_4, E_5^{\text{cut}}) \right],$$

$$\tilde{B}(p_i, p_j, E_5^{\text{cut}}) = \frac{p_i \cdot p_j}{4\pi} \int_0^1 \frac{dx}{p_x^2} \left( \ln \frac{4(E_5^{\text{cut}})^2}{p_x^2} + \frac{p_x^0}{|\mathbf{p}_x|} \ln \frac{p_x^0 - |\mathbf{p}_x|}{p_x^0 + |\mathbf{p}_x|} \right)$$

# Генератор событий ESEPP

- ESEPP = Elastic Scattering of Electrons and Positrons on Protons
- Генерируются события двух типов:  $l^\pm p \rightarrow l^\pm p$  и  $l^\pm p \rightarrow l^\pm p \gamma$
- Так как известна полная кинематика событий, то ESEPP не привязан к конкретным экспериментальным условиям, а является универсальным генератором событий
- Есть возможность выбирать тип рассеиваемых лептонов ( $e^-$ ,  $e^+$ ,  $\mu^-$  и  $\mu^+$ ), используемую модель для тормозного излучения, различные параметризации для формфакторов протона и т. д.
- Реализован аккуратный расчет для тормозного излучения первого порядка, не прибегающий к мягкофотонному или ультрарелятивистскому приближениям
- Генератор событий ESEPP может быть полезен для учета радиационных поправок в экспериментах по измерению электромагнитных формфакторов и зарядового радиуса протона
- Описание генератора: [J. Phys. G \*\*41\*\*, 115001 \(2014\)](#)
- Исходный код и инструкция: [github.com/gramolin/esepp](https://github.com/gramolin/esepp)

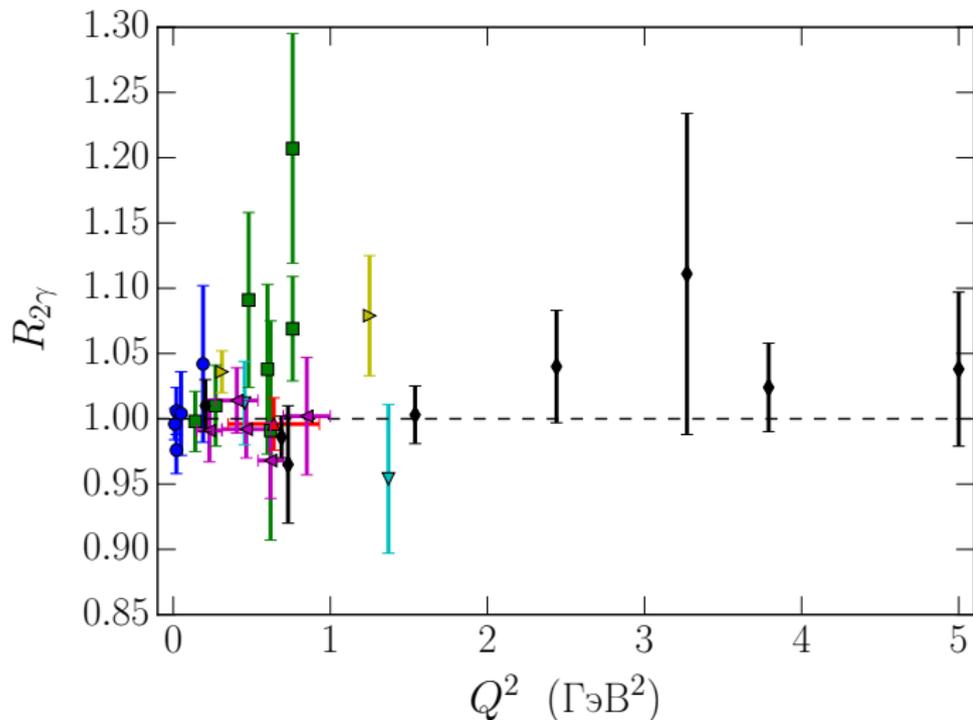
## Примеры сгенерированных событий



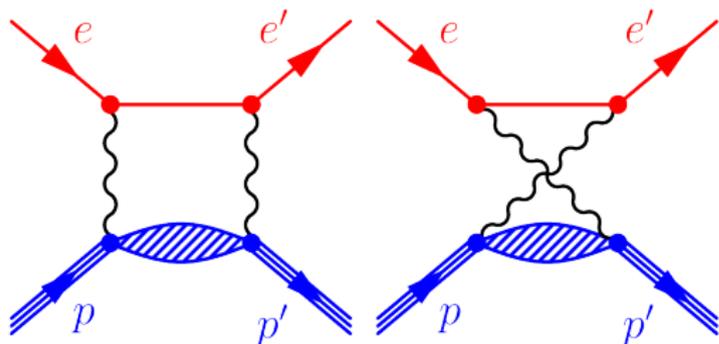
Измерение вклада двухфотонного обмена  
в сечения упругого  $e^{\pm}p$ -рассеяния

Доступные до 2015 г. данные для  $R_{2\gamma} = \sigma(e^+p)/\sigma(e^-p)$ 

В 60-е годы уже проводились сравнения сечений  $\sigma(e^+p)$  и  $\sigma(e^-p)$ , но достигнутая тогда точность была невысокой и отклонения  $R_{2\gamma}$  от 1 обнаружено не было (эксперименты в Stanford, Cornell, DESY, Orsay):



## Три новых эксперимента



$$\delta_{2\gamma} = \frac{2\text{Re} \left( \mathcal{M}_{1\gamma}^\dagger \mathcal{M}_{2\gamma}^{\text{hard}} \right)}{|\mathcal{M}_{1\gamma}|^2}, \quad R_{2\gamma} = \frac{1 - \delta_{2\gamma}}{1 + \delta_{2\gamma}}$$

## 1 ИЯФ СО РАН: ВЭПП-3

 $E_{\text{beam}} = 1.6 \text{ и } 1.0 \text{ ГэВ}$ 

PRL 114, 062005 (2015)

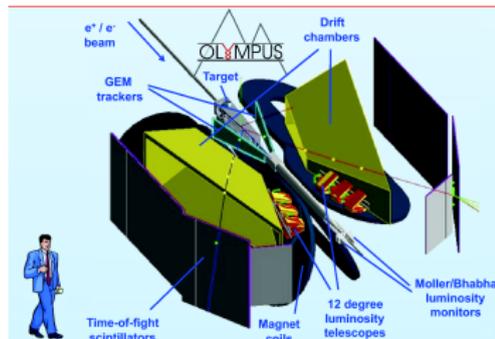
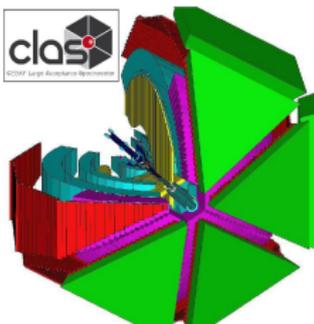
## 2 JLab: CLAS in Hall B

 $E_{\text{beam}} = 0.9 \div 3.5 \text{ ГэВ}$ 

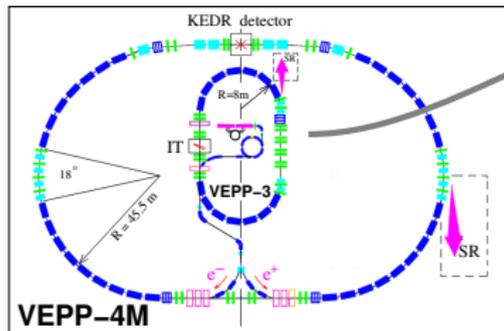
PRL 114, 062003 (2015)

arXiv:1603.00315

## 3 DESY: OLYMPUS at DORIS

 $E_{\text{beam}} = 2 \text{ ГэВ}$ 


## Электрон-позитронный накопитель ВЭПП-3



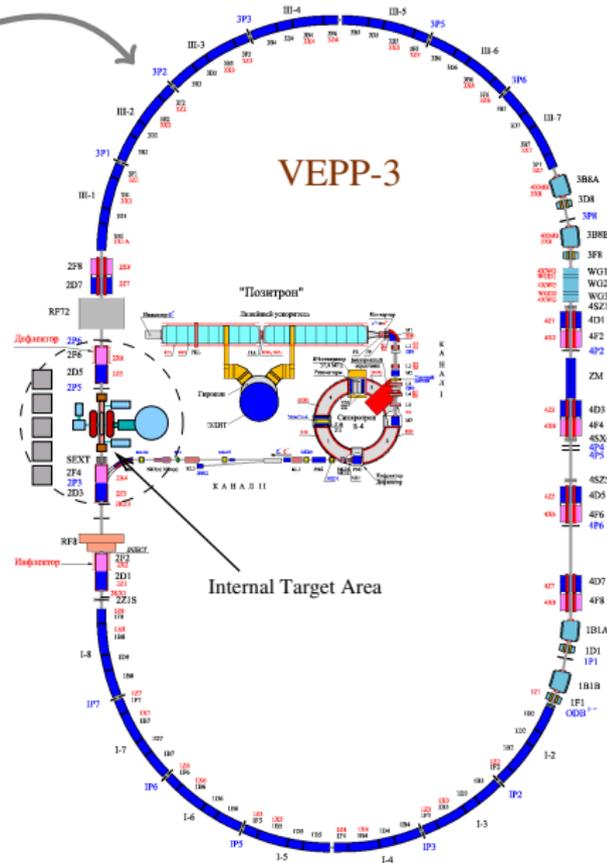
VEPP-3 is a booster for the VEPP-4M electron-positron collider

VEPP-3 parameters for  $e^-$  beam:

|                       |              |                                 |
|-----------------------|--------------|---------------------------------|
| Electron energy       | $E_0$        | 2 GeV                           |
| Mean beam current     | $I_0$        | 150 mA                          |
| Energy spread         | $\sigma_E/E$ | 0.05%                           |
| Revolution period     | $T$          | 248.14 ns                       |
| Bunch length          | $\sigma_L$   | 15 cm                           |
| Vertical beam size*   | $\sigma_z$   | 0.5 mm                          |
| Horizontal beam size* | $\sigma_x$   | 2.0 mm                          |
| Injection beam energy | $E_{inj}$    | 350 MeV                         |
| Injection rate        | $I_{inj}$    | $1.5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ |

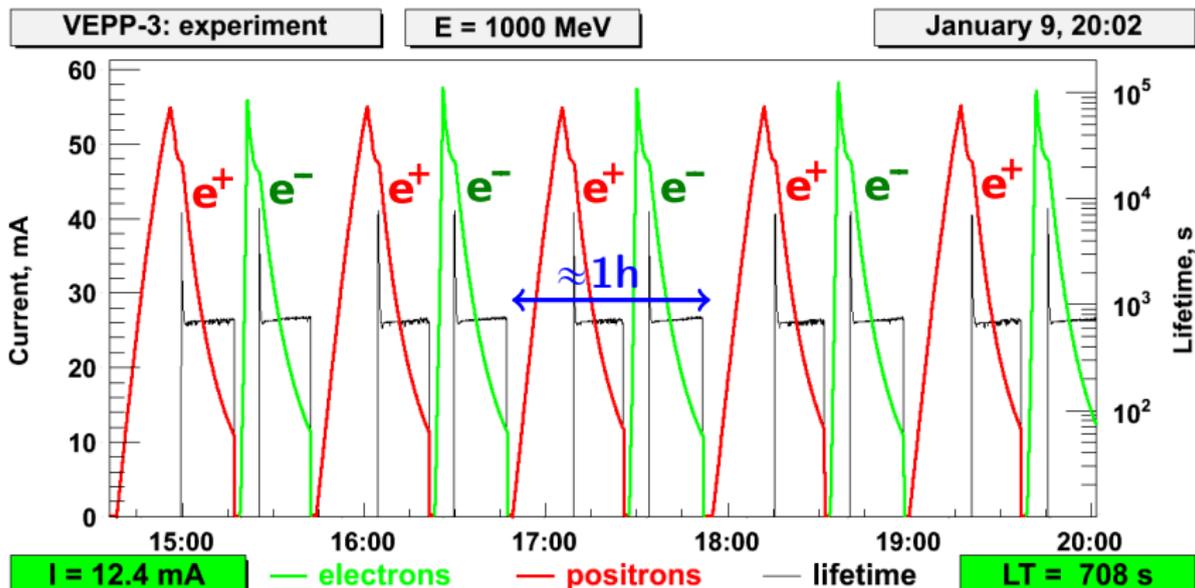
\* parameters in the center of 2nd straight section  
(in the Internal Target Area)

Max  $e^+$  current: 60 mA



# Цикл работы ВЭПП-3 во время набора данных

- During data collection,  $e^-$  and  $e^+$  beams were alternated regularly. This allows us to suppress the effects of slow drift in time of the detection efficiency, hydrogen flux, etc.
- One cycle ( $e^+$  and  $e^-$  beams) per 1 hour approximately. About 3000 cycles in total.
- Starting and ending values of beam currents and beam lifetime for  $e^-$  and  $e^+$  beams in each cycle were kept as close as possible.

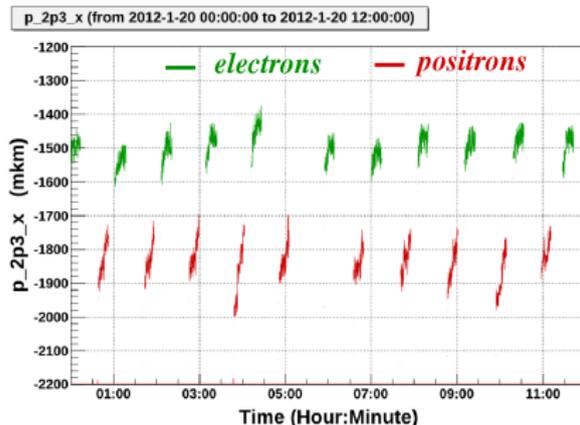


# Измерение положения пучка

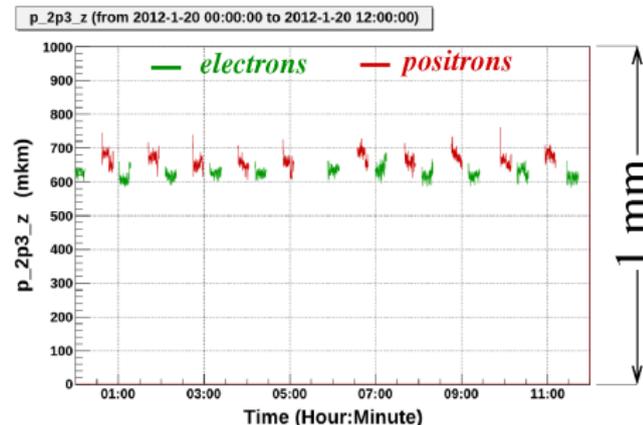
- Beam orbit stabilization system at VEPP-3
- Continuous measurement of the beam position at the entrance and exit of the experimental section by pick-up electrodes
- Periodical “absolute” beam position measurements using movable beam scrapers
- Determination of the beam position in the target area from data analysis
- Two symmetrical sets of detector arms: the sum is insensitive to vertical shifts of  $e^+/e^-$  beams

Measurement of the beam position by a pick-up electrode:

horizontal



vertical

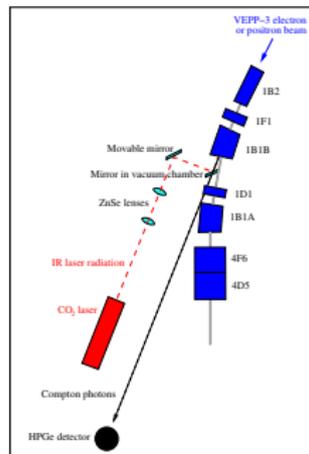


## Измерение энергии пучка

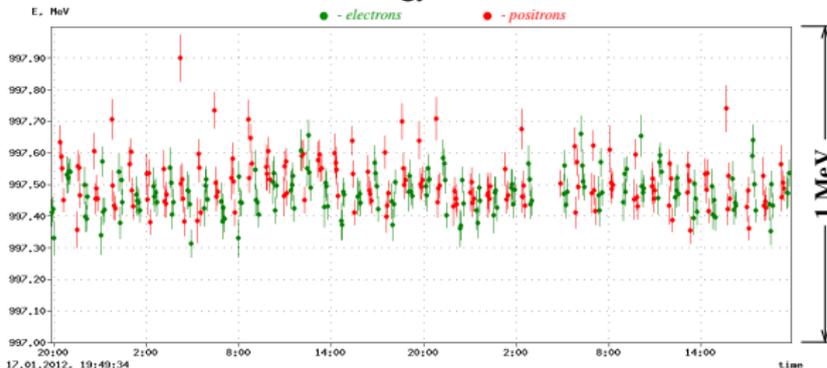
- Reconstruction of the beam energy from an energy spectrum of laser photons backscattered on beam particles:

$$E_{\text{beam}} = \frac{\omega_{\text{max}}}{2} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + m_e^2 / \omega_0 \omega_{\text{max}}} \right)$$

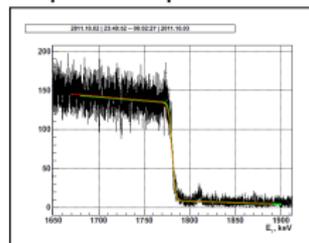
- Achieved accuracy is  $\Delta E/E \approx 4 \times 10^{-5}$
- This allows us to tune the VEPP-3 operation regimes, to monitor the beam energy, and to apply corrections during data analysis



VEPP-3 energy measurement

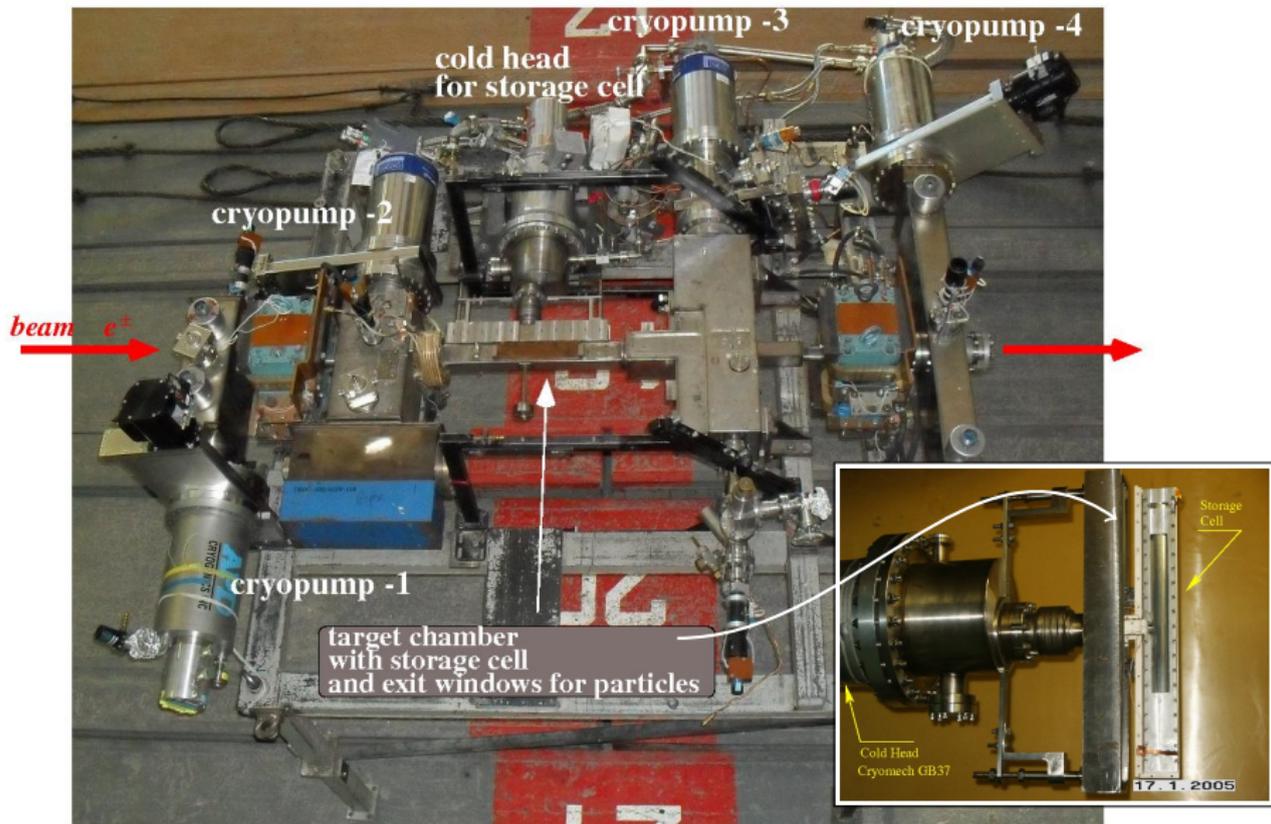


photon spectrum



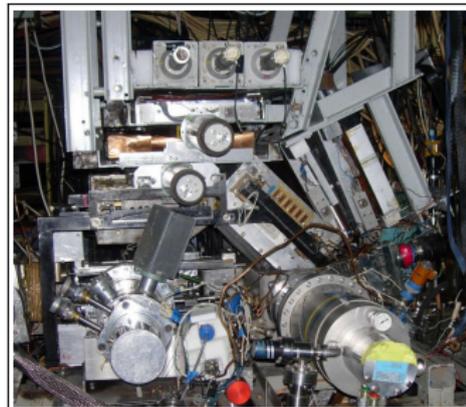
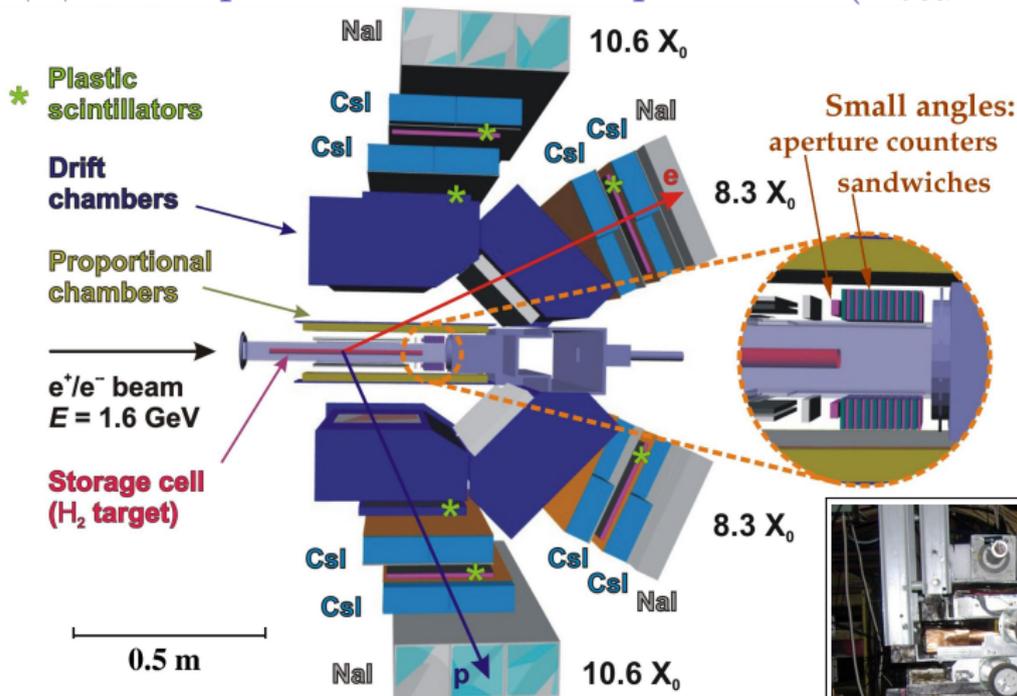
V. V. Kaminskiy *et al.*, Beam energy measurements for an experiment on elastic  $e^\pm p$  scattering at the VEPP-3 storage ring, JINST 9, T06006 (2014)

## Рабочий промежуток и внутренняя газовая мишень



толщина мишени  $\approx 10^{15}$  ат/см<sup>2</sup>, светимость  $\approx 10^{32}$  см<sup>-2</sup>с<sup>-1</sup>

# Детектор в I сеансе эксперимента ( $E_{\text{beam}} = 1.6 \text{ ГэВ}$ )

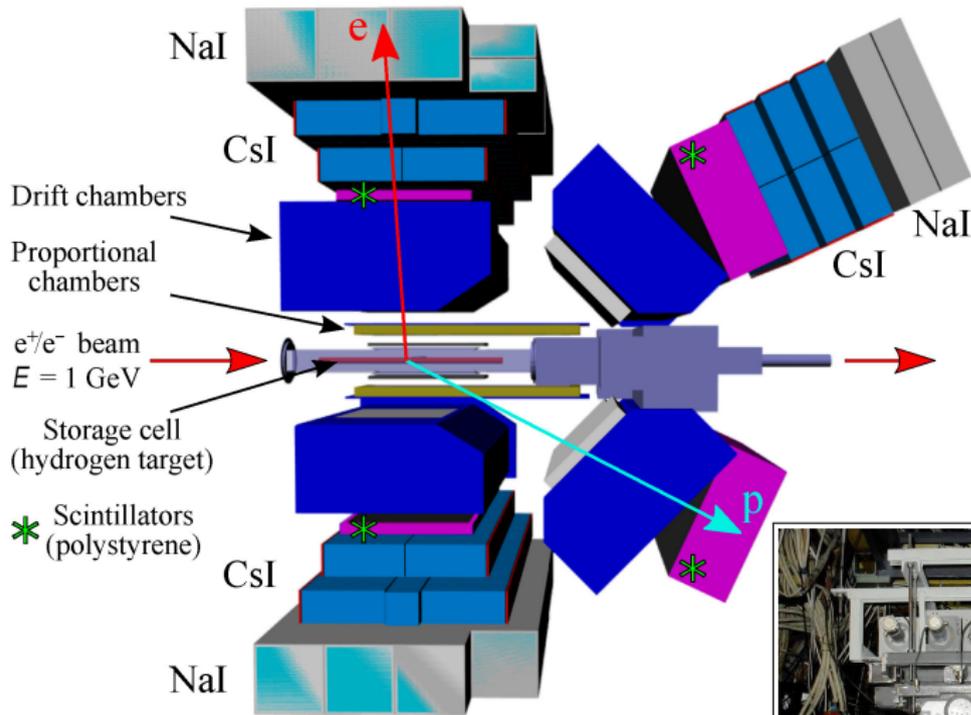


Широкоапертурный немагнитный детектор

Акцептанс по  $\theta_3$ :  $7^\circ - 16^\circ$ ,  $15^\circ - 28^\circ$  и  $55^\circ - 83^\circ$

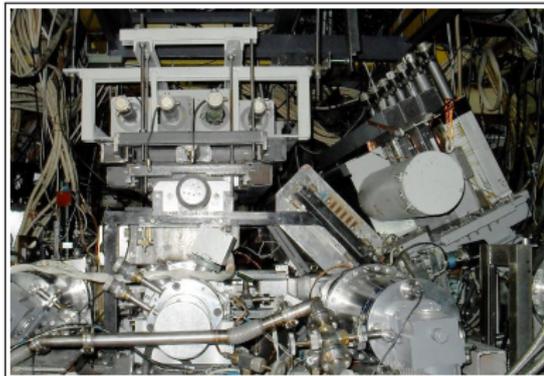
Акцептанс по  $\phi_3$ :  $2 \times 60^\circ$

# Детектор во II сеансе эксперимента ( $E_{\text{beam}} = 1 \text{ ГэВ}$ )



Акцептанс по  $\theta_3$ :  $15^\circ - 30^\circ$  и  $65^\circ - 105^\circ$

Акцептанс по  $\phi_3$ :  $2 \times 60^\circ$



# Выделение событий упругого рассеяния

**Выделение событий** — по корреляциям, присущим двухчастичным реакциям:

- между полярными углами рассеянного лептона и протона отдачи:

$$\operatorname{tg} \theta_4 = \frac{M}{M + E_1} \operatorname{ctg} \frac{\theta_3}{2};$$

- между азимутальными углами рассеянного лептона и протона отдачи:

$$|\phi_4 - \phi_3| = \pi;$$

- между углом рассеяния лептона и его энергией:

$$E_3 = \frac{ME_1}{M + E_1(1 - \cos \theta_3)};$$

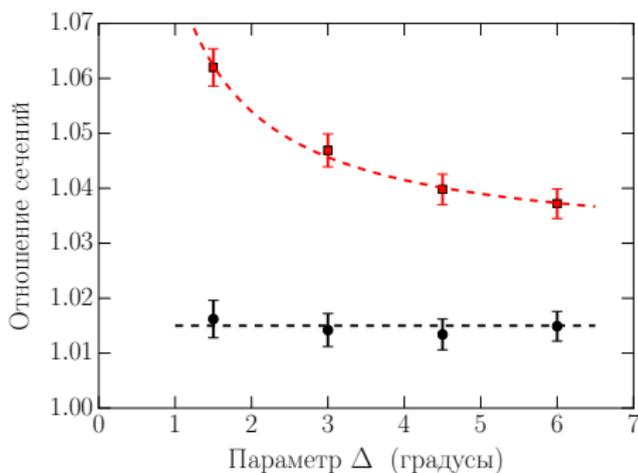
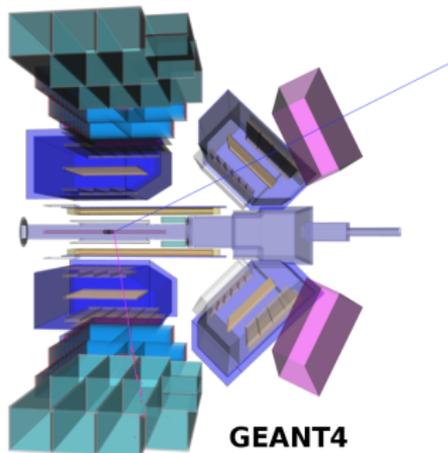
- между углом рассеяния лептона и энергией протона отдачи:

$$E_4 = M + E_1 - \frac{ME_1}{M + E_1(1 - \cos \theta_3)}.$$

**Идентификация протонов** осуществлялась по времени пролета и с помощью  $\Delta E$ - $E$ -метода. Для **отделения лептонов от заряженных  $\pi$ -мезонов** накладывалось ограничение на энерговыделение в электромагнитном калориметре.

# Моделирование радпоправок и фоновых процессов

- Используется реалистичная модель детектора в среде Geant4
- События упругого рассеяния ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ ) и тормозного излучения первого порядка ( $e^\pm p \rightarrow e^\pm p \gamma$ ) генерируются с помощью ESEPP
- Для учета фоновых процессов ( $ep \rightarrow ep \pi^+$ ,  $ep \rightarrow ep \pi^0$ ,  $\gamma^* p \rightarrow p \pi^+$  и  $\gamma^* p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ ) используется генератор событий, основанный на моделях MAID2007 и 2-PION-MAID. Доля фоновых событий среди отобранных  $< 4\%$
- «Сырое» отношение сечений сильно зависит от ограничений, наложенных на угловые корреляции. После внесения радпоправок эта зависимость исчезает



## Систематические погрешности измерения

|  | Сеанс I |       | Сеанс II |       |
|--|---------|-------|----------|-------|
|  | №1      | №2    | №3       | №4    |
| (1) Неравные энергии пучков                                      | 0.024   | 0.015 | 0.014    | 0.014 |
| (2) Неравные положения пучков                                    | 0.162   | 0.172 | 0.047    | 0.017 |
| (3) Неравные эффективности регистрации                           | 0.055   | 0.055 | 0.031    | 0.031 |
| (4) Кинематические ограничения                                   | 0.207   | 0.019 | 0.022    | 0.022 |
| (5) Вычитание фона   | 0.140   | 0.050 | 0.070    | 0.050 |
| (6) Радиационные поправки  | 0.090   | 0.050 | 0.130    | 0.040 |
| Суммарная сист. погрешность, $\Delta R_{2\gamma}^{\text{systr}}$ | 0.32    | 0.20  | 0.16     | 0.08  |

## Факторы, обеспечившие низкую систематическую погрешность:

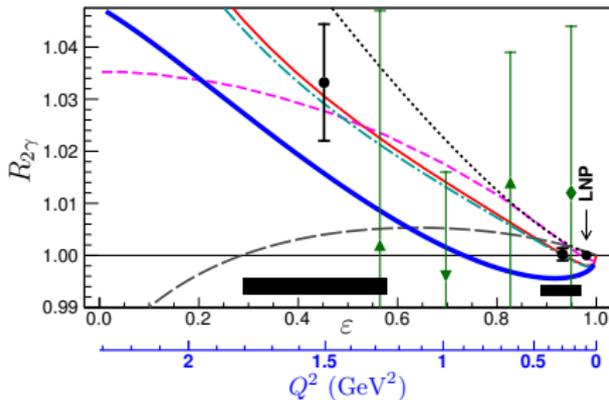
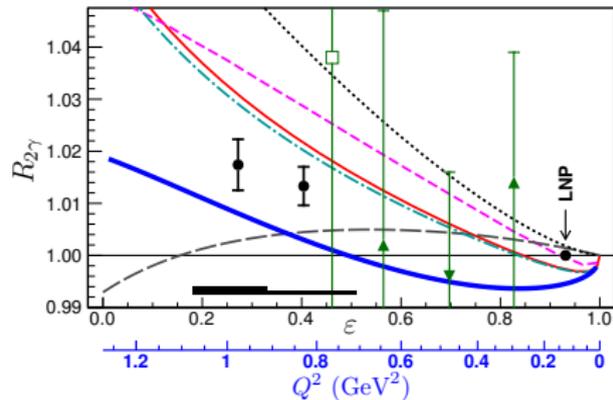
- Немагнитный детектор  $\Rightarrow$  равенство аксептансов для  $e^-$  и  $e^+$
- Симметрия детектора относительно медианной плоскости
- Частое чередование электронных и позитронных пучков
- Прецизионное мониторингирование энергии пучка
- Использованная процедура нормирования светимости исключает зависимость от толщины мишени и интеграла тока пучка

## Результаты эксперимента на ВЭПП-3

|   | Сеанс I      |              |       | Сеанс II     |              |       |
|---|--------------|--------------|-------|--------------|--------------|-------|
|   | №1           | №2           | LNP   | №3           | №4           | LNP   |
| <i>Кинематические параметры измерения:</i>        |              |              |       |              |              |       |
| $E_{\text{beam}}$ , GeV                           | 1.594        | 1.594        | 1.594 | 0.998        | 0.998        | 0.998 |
| $\langle \varepsilon \rangle$                     | 0.452        | 0.932        | 0.980 | 0.272        | 0.404        | 0.931 |
| $\langle Q^2 \rangle$ , GeV <sup>2</sup>          | 1.51         | 0.298        | 0.097 | 0.976        | 0.830        | 0.128 |
| $\langle \theta_e \rangle$                        | 66.2°        | 20.8°        | 11.4° | 91.3°        | 75.4°        | 21.4° |
| <i>Основные кинематические ограничения:</i>       |              |              |       |              |              |       |
| $\Delta\phi, \Delta\theta$                        | 3.0°         | 5.0°         | —     | 3.0°         | 3.0°         | —     |
| $\Delta E/E_\theta$                               | 0.25         | 0.45         | —     | 0.29         | 0.29         | —     |
| <i>«Сырое» отношение и радиационные поправки:</i> |              |              |       |              |              |       |
| $R$   | 1.0705       | 1.0037       | —     | 1.0555       | 1.0447       | —     |
| $(1 + \delta_{RC}^+)$                             | 1.0347       | 1.0600       | —     | 1.0501       | 1.0206       | —     |
| $(1 + \delta_{RC}^-)$                             | 0.9981       | 1.0563       | —     | 1.0117       | 0.9898       | —     |
| <i>Окончательные результаты:</i>                  |              |              |       |              |              |       |
| $R_{2\gamma}$                                     | 1.0332       | 1.0002       | 1     | 1.0174       | 1.0133       | 1     |
| $\Delta R_{2\gamma}^{\text{stat}}$                | $\pm 0.0112$ | $\pm 0.0012$ | —     | $\pm 0.0049$ | $\pm 0.0037$ | —     |
| $\Delta R_{2\gamma}^{\text{syst}}$                | $\pm 0.0032$ | $\pm 0.0020$ | —     | $\pm 0.0016$ | $\pm 0.0008$ | —     |

LNP  $\equiv$  Luminosity Normalization Point

## Результаты эксперимента на ВЭПП-3

Сеанс I:  $E_{\text{beam}} = 1.594$  ГэВСеанс II:  $E_{\text{beam}} = 0.998$  ГэВLNP – Luminosity Normalization Point – установлена на  $R_{2\gamma} = 1$ 

Кривые:

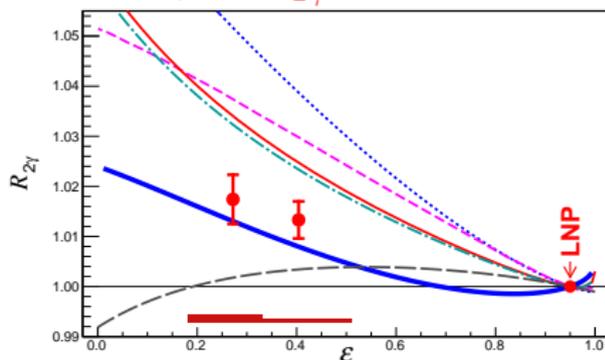
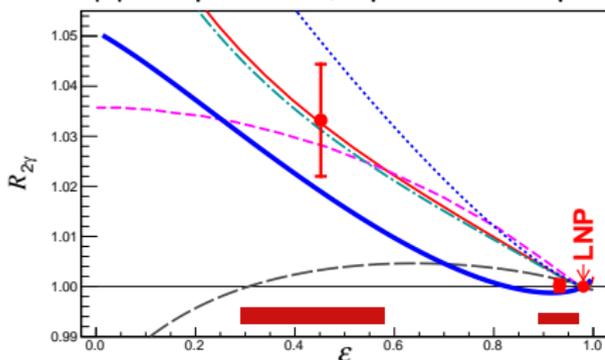
|  |                                      |                                     |                           |
|--|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|
| <span style="color: red;">—</span>         | <i>P. G. Blunden, et al.,</i>        | Phys. Rev. <b>C72</b> (2005) 034612 | (hadronic calculation)    |
| <span style="color: green;">- - -</span>   | <i>D. Borisjuk and A. Kobushkin,</i> | Phys. Rev. <b>C78</b> (2008) 025208 | (dispersion relations)    |
| <span style="color: gray;">- - -</span>    | <i>E. Tomasi-Gustafsson, et al.,</i> | Phys. Atom. Nucl. 76 (2013) 937     | (“analytical model”)      |
| <span style="color: magenta;">- - -</span> | <i>J. Arrington and I. Sick,</i>     | Phys. Rev. <b>C70</b> (2004) 028203 | (Coulomb corrections)     |
| <span style="color: black;">⋯⋯⋯</span>     | <i>I. A. Qattan, et al.,</i>         | Phys. Rev. <b>C84</b> (2011) 054317 | (parameterization)        |
| <span style="color: blue;">—</span>        | <i>J. Bernauer, et al.,</i>          | Phys. Rev. <b>C90</b> (2014) 015206 | (global fit of $ep$ data) |

Точки:  $\square$  SLAC, 1965;  $\nabla$  Cornell, 1966;  $\blacklozenge$  DESY, 1967;  $\blacktriangle$  Cornell, 1968;  $\bullet$  VEPP-3, 2015

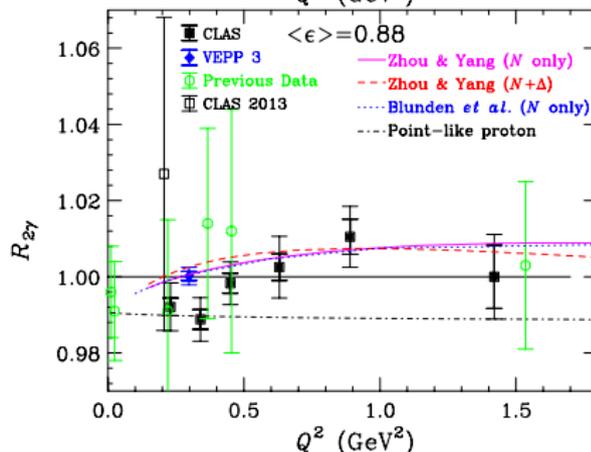
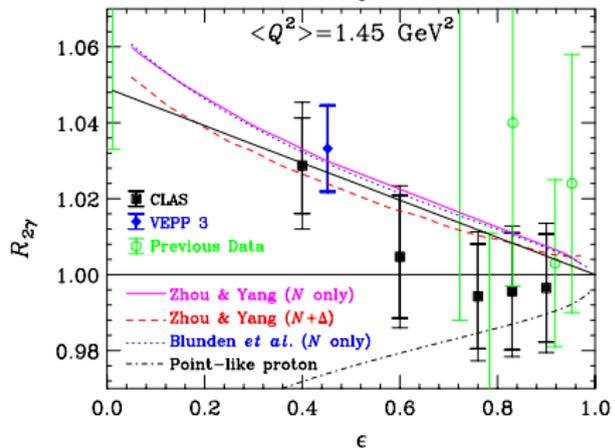
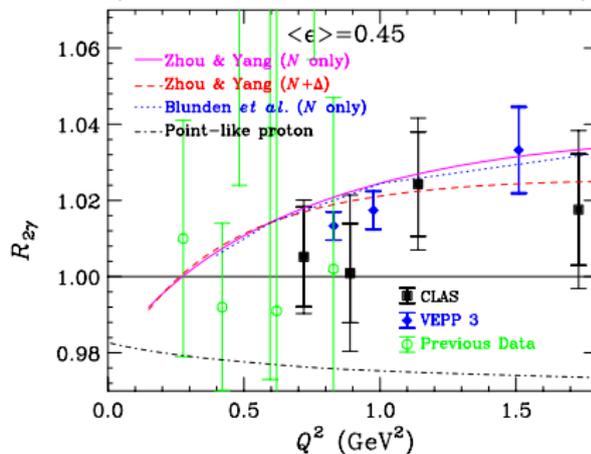
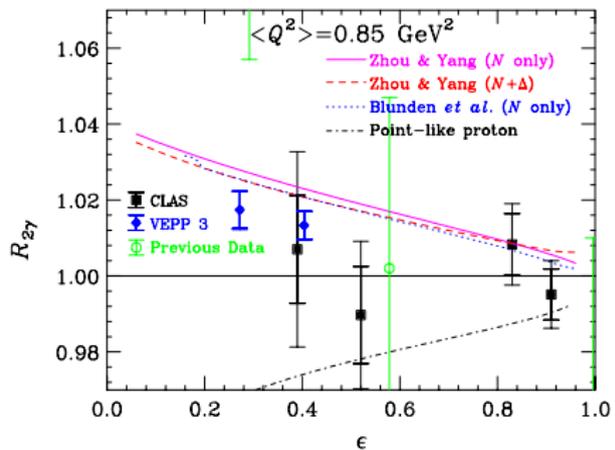
## Сравнение наших результатов с предсказаниями

|  | $R_{2\gamma}^{\text{LNP}}$ | $\frac{\chi^2}{n_{\text{d.f.}}}$ | $R_{2\gamma}^{\text{LNP}}$ |          | $\frac{\chi^2}{n_{\text{d.f.}}}$ |
|--|----------------------------|----------------------------------|----------------------------|----------|----------------------------------|
|  |                            |                                  | Сеанс I                    | Сеанс II |                                  |
| --- Borisyuk and Kobushkin             | 1                          | 2.14                             | 0.998                      | 0.997    | 3.80                             |
| — Blunden, et al.                      | 1                          | 2.94                             | 0.998                      | 0.997    | 4.75                             |
| — Bernauer, et al.                     | 1                          | 4.19                             | 0.997                      | 0.995    | 1.00                             |
| --- Tomasi-Gustafsson, et al.          | 1                          | 5.09                             | 1.001                      | 1.001    | 5.97                             |
| - - - Arrington and Sick               | 1                          | 7.72                             | 1.000                      | 1.001    | 8.18                             |
| ..... Qattan, et al.                   | 1                          | 25.0                             | 1.000                      | 1.002    | 22.0                             |
| No hard TPE ( $R_{2\gamma} \equiv 1$ ) | 1                          | 7.97                             | 1                          | 1        | 7.97                             |

Для простоты, кривые отнормированы так, что  $R_{2\gamma} = 1$  в LNP:



## Результаты CLAS vs ВЭПП-3 (из arXiv:1603.00315)



## Заключение

- Проанализированы радиационные поправки в одноплечевых экспериментах с регистрацией только рассеянного лептона.
- Произведена переобработка данных двух экспериментов SLAC и извлечены формфакторы протона при  $1 \leq Q^2 \leq 8.83 \text{ ГэВ}^2$ .
- Разработана процедура учета радиационных поправок в экспериментах с регистрацией электрона/позитрона и протона на совпадении. Создан новый генератор событий ESEPP.
- В эксперименте на накопителе ВЭПП-3 проведено первое прецизионное сравнение сечений  $\sigma(e^+p)$  и  $\sigma(e^-p)$  в диапазоне по  $Q^2$  от 0.3 до 1.5  $\text{ГэВ}^2$ .
- Впервые осуществлено прямое наблюдение эффекта жесткого двухфотонного обмена в упругом  $e^\pm p$ -рассеянии. Обнаружено удовлетворительное согласие с несколькими моделями, объясняющими разногласия между двумя методами измерения формфакторов протона при более высоких  $Q^2$ .

- Проанализированы радиационные поправки в одноплечевых экспериментах с регистрацией только рассеянного лептона.
- Произведена переобработка данных двух экспериментов SLAC и извлечены формфакторы протона при  $1 \leq Q^2 \leq 8.83 \text{ ГэВ}^2$ .
- Разработана процедура учета радиационных поправок в экспериментах с регистрацией электрона/позитрона и протона на совпадении. Создан новый генератор событий ESEPP.
- В эксперименте на накопителе ВЭПП-3 проведено первое прецизионное сравнение сечений  $\sigma(e^+p)$  и  $\sigma(e^-p)$  в диапазоне по  $Q^2$  от 0.3 до 1.5  $\text{ГэВ}^2$ .
- Впервые осуществлено прямое наблюдение эффекта жесткого двухфотонного обмена в упругом  $e^\pm p$ -рассеянии. Обнаружено удовлетворительное согласие с несколькими моделями, объясняющими разногласия между двумя методами измерения формфакторов протона при более высоких  $Q^2$ .

Спасибо за внимание!

## Дополнительные слайды

## Публикации по теме диссертации

1. *A. V. Gramolin et al.* A new event generator for the elastic scattering of charged leptons on protons. *J. Phys. G* **41**, 115001 (2014).
2. *V. V. Kaminskiy, A. V. Gramolin et al.* Beam energy measurements for an experiment on elastic  $e^\pm p$  scattering at the VEPP-3 storage ring. *Journal of Instrumentation* **9**, T06006 (2014).
3. *I. A. Rachek, ..., A. V. Gramolin et al.* Measurement of the two-photon exchange contribution to the elastic  $e^\pm p$  scattering cross sections at the VEPP-3 storage ring. *Phys. Rev. Lett.* **114**, 062005 (2015).
4. *A. V. Gramolin, D. M. Nikolenko.* Reanalysis of Rosenbluth measurements of the proton form factors. *Phys. Rev. C* **93**, 055201 (2016).
5. *Д. М. Николенко, ..., А. В. Грамолин и др.* Эксперименты с внутренними мишенями на накопителе электронов ВЭПП-3. *ЯФ* **73**, 1365 (2010).
6. *A. V. Gramolin et al.* Measurement of the two-photon exchange contribution in elastic  $ep$  scattering at VEPP-3. *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **225–227**, 216 (2012).
7. *D. M. Nikolenko, ..., A. V. Gramolin et al.* Two-photon exchange contribution in elastic electron-proton scattering, experiment at the VEPP-3 storage ring. *EPJ Web of Conferences* **66**, 06002 (2014).
8. *Д. М. Николенко, ..., А. В. Грамолин и др.* Формфакторы протона и двухфотонный обмен в упругом  $ep$ -рассеянии. *ЯФ* **78**, 423 (2015).
9. *I. A. Rachek, ..., A. V. Gramolin et al.* Two-photon exchange contribution to elastic electron-proton scattering: measurements at the VEPP-3 storage ring. *Physica Scripta* **T166**, 014017 (2015).

## Таблица с результатами переобработки (1)

| Set | $Q^2$<br>(GeV <sup>2</sup> ) | $\epsilon$ | $\delta_{MTj}$ | $\delta_{vac}$ | $\delta_{int.br.}$ | $\delta_{ext.br.}$ | $C_L$  | $C_{rad}^{new}$ | $C_{rad}^{old}/C_{rad}^{new}$ | $d\sigma/d\Omega$<br>(nb/sr) |
|-----|------------------------------|------------|----------------|----------------|--------------------|--------------------|--------|-----------------|-------------------------------|------------------------------|
| 1   | 1.000                        | 0.692      | -0.1657        | 0.0121         | 0.0050             | -0.1098            | 0.9934 | 0.7672          | 1.0045                        | $5.291 \times 10^{+0}$       |
| 1   | 1.000                        | 0.869      | -0.1690        | 0.0122         | 0.0042             | -0.1268            | 0.9951 | 0.7525          | 1.0032                        | $1.786 \times 10^{+1}$       |
| 1   | 1.000                        | 0.930      | -0.1702        | 0.0122         | 0.0039             | -0.1410            | 0.9960 | 0.7414          | 1.0023                        | $3.960 \times 10^{+1}$       |
| 1   | 2.003                        | 0.635      | -0.1802        | 0.0157         | 0.0077             | -0.1064            | 0.9950 | 0.7648          | 1.0057                        | $4.461 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 2.003                        | 0.735      | -0.1782        | 0.0157         | 0.0073             | -0.1125            | 0.9958 | 0.7618          | 1.0038                        | $7.827 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 2.003                        | 0.808      | -0.1791        | 0.0158         | 0.0067             | -0.1204            | 0.9962 | 0.7552          | 1.0035                        | $1.292 \times 10^{+0}$       |
| 1   | 2.003                        | 0.878      | -0.1781        | 0.0158         | 0.0064             | -0.1286            | 0.9969 | 0.7500          | 1.0025                        | $2.427 \times 10^{+0}$       |
| 1   | 2.003                        | 0.938      | -0.1966        | 0.0158         | 0.0046             | -0.1472            | 0.9970 | 0.7216          | 1.0014                        | $5.754 \times 10^{+0}$       |
| 1   | 2.497                        | 0.619      | -0.1833        | 0.0170         | 0.0089             | -0.1043            | 0.9956 | 0.7663          | 1.0054                        | $1.904 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 2.497                        | 0.723      | -0.1760        | 0.0170         | 0.0090             | -0.1075            | 0.9965 | 0.7703          | 1.0043                        | $3.383 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 2.497                        | 0.800      | -0.1813        | 0.0170         | 0.0078             | -0.1146            | 0.9968 | 0.7601          | 1.0033                        | $5.648 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 2.497                        | 0.846      | -0.1818        | 0.0171         | 0.0074             | -0.1247            | 0.9970 | 0.7520          | 1.0026                        | $8.315 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 3.007                        | 0.623      | -0.1852        | 0.0181         | 0.0100             | -0.1043            | 0.9961 | 0.7670          | 1.0056                        | $9.719 \times 10^{-2}$       |
| 1   | 3.007                        | 0.761      | -0.1829        | 0.0182         | 0.0090             | -0.1133            | 0.9970 | 0.7618          | 1.0041                        | $2.203 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 3.007                        | 0.910      | -0.2149        | 0.0182         | 0.0049             | -0.1569            | 0.9968 | 0.7034          | 1.0019                        | $9.102 \times 10^{-1}$       |
| 1   | 3.007                        | 0.932      | -0.2250        | 0.0183         | 0.0042             | -0.1693            | 0.9967 | 0.6872          | 1.0015                        | $1.317 \times 10^{+0}$       |
| 2   | 1.750                        | 0.250      | -0.1870        | 0.0149         | 0.0087             | -0.0653            | 0.9928 | 0.7899          | 1.0090                        | $1.453 \times 10^{-1}$       |
| 2   | 1.750                        | 0.704      | -0.1786        | 0.0149         | 0.0066             | -0.0771            | 0.9965 | 0.7884          | 1.0036                        | $1.033 \times 10^{+0}$       |
| 2   | 1.750                        | 0.950      | -0.1814        | 0.0149         | 0.0049             | -0.0941            | 0.9983 | 0.7732          | 1.0014                        | $1.157 \times 10^{+1}$       |
| 2   | 2.500                        | 0.227      | -0.1877        | 0.0170         | 0.0128             | -0.0601            | 0.9941 | 0.7994          | 1.0113                        | $3.427 \times 10^{-2}$       |
| 2   | 2.500                        | 0.479      | -0.1864        | 0.0170         | 0.0097             | -0.0674            | 0.9960 | 0.7937          | 1.0066                        | $9.922 \times 10^{-2}$       |
| 2   | 2.500                        | 0.630      | -0.1866        | 0.0170         | 0.0084             | -0.0741            | 0.9967 | 0.7877          | 1.0047                        | $1.999 \times 10^{-1}$       |
| 2   | 2.500                        | 0.750      | -0.1808        | 0.0170         | 0.0081             | -0.0780            | 0.9975 | 0.7896          | 1.0032                        | $3.964 \times 10^{-1}$       |
| 2   | 2.500                        | 0.820      | -0.1805        | 0.0170         | 0.0076             | -0.0828            | 0.9978 | 0.7859          | 1.0028                        | $6.634 \times 10^{-1}$       |
| 2   | 2.500                        | 0.913      | -0.1875        | 0.0170         | 0.0062             | -0.0933            | 0.9983 | 0.7715          | 1.0016                        | $1.782 \times 10^{+0}$       |

## Таблица с результатами переобработки (2)

| Set | $Q^2$<br>(GeV <sup>2</sup> ) | $\epsilon$ | $\delta_{MTj}$ | $\delta_{vac}$ | $\delta_{int.br.}$ | $\delta_{ext.br.}$ | $C_L$  | $C_{rad}^{new}$ | $C_{rad}^{old}/C_{rad}^{new}$ | $d\sigma_0/d\Omega$<br>(nb/sr) |
|-----|------------------------------|------------|----------------|----------------|--------------------|--------------------|--------|-----------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 2   | 3.250                        | 0.426      | -0.1925        | 0.0186         | 0.0119             | -0.0654            | 0.9962 | 0.7936          | 1.0077                        | $2.870 \times 10^{-2}$         |
| 2   | 3.250                        | 0.609      | -0.1870        | 0.0186         | 0.0105             | -0.0710            | 0.9973 | 0.7932          | 1.0049                        | $6.817 \times 10^{-2}$         |
| 2   | 3.250                        | 0.719      | -0.1854        | 0.0186         | 0.0095             | -0.0767            | 0.9977 | 0.7896          | 1.0042                        | $1.261 \times 10^{-1}$         |
| 2   | 3.250                        | 0.865      | -0.1926        | 0.0186         | 0.0074             | -0.0900            | 0.9982 | 0.7723          | 1.0021                        | $3.906 \times 10^{-1}$         |
| 2   | 4.000                        | 0.437      | -0.1923        | 0.0199         | 0.0140             | -0.0636            | 0.9968 | 0.7984          | 1.0084                        | $1.308 \times 10^{-2}$         |
| 2   | 4.000                        | 0.593      | -0.1901        | 0.0199         | 0.0120             | -0.0703            | 0.9975 | 0.7938          | 1.0058                        | $2.786 \times 10^{-2}$         |
| 2   | 4.000                        | 0.694      | -0.1888        | 0.0199         | 0.0109             | -0.0754            | 0.9979 | 0.7902          | 1.0045                        | $4.951 \times 10^{-2}$         |
| 2   | 4.000                        | 0.805      | -0.1981        | 0.0199         | 0.0085             | -0.0866            | 0.9981 | 0.7725          | 1.0030                        | $1.026 \times 10^{-1}$         |
| 2   | 4.000                        | 0.946      | -0.2431        | 0.0199         | 0.0038             | -0.1111            | 0.9983 | 0.7174          | 1.0009                        | $6.186 \times 10^{-1}$         |
| 2   | 5.000                        | 0.389      | -0.1950        | 0.0214         | 0.0174             | -0.0601            | 0.9970 | 0.8031          | 1.0094                        | $4.245 \times 10^{-3}$         |
| 2   | 5.000                        | 0.538      | -0.1942        | 0.0214         | 0.0140             | -0.0676            | 0.9977 | 0.7956          | 1.0069                        | $8.521 \times 10^{-3}$         |
| 2   | 5.000                        | 0.704      | -0.2029        | 0.0214         | 0.0105             | -0.0807            | 0.9980 | 0.7759          | 1.0043                        | $2.137 \times 10^{-2}$         |
| 2   | 5.000                        | 0.919      | -0.2472        | 0.0214         | 0.0044             | -0.1124            | 0.9982 | 0.7149          | 1.0010                        | $1.578 \times 10^{-1}$         |
| 2   | 6.000                        | 0.886      | -0.2516        | 0.0226         | 0.0049             | -0.1120            | 0.9981 | 0.7132          | 1.0010                        | $4.754 \times 10^{-2}$         |
| 2   | 7.000                        | 0.847      | -0.2568        | 0.0237         | 0.0053             | -0.1113            | 0.9980 | 0.7110          | 1.0023                        | $1.711 \times 10^{-2}$         |
| 3   | 1.750                        | 0.250      | -0.1880        | 0.0149         | 0.0086             | -0.0457            | 0.9958 | 0.8071          | 1.0083                        | $1.527 \times 10^{-1}$         |
| 3   | 2.500                        | 0.227      | -0.1885        | 0.0170         | 0.0127             | -0.0407            | 0.9966 | 0.8163          | 1.0101                        | $3.581 \times 10^{-2}$         |
| 3   | 3.250                        | 0.206      | -0.1957        | 0.0186         | 0.0156             | -0.0387            | 0.9968 | 0.8159          | 1.0115                        | $1.108 \times 10^{-2}$         |
| 3   | 4.000                        | 0.190      | -0.2018        | 0.0199         | 0.0184             | -0.0368            | 0.9969 | 0.8159          | 1.0123                        | $4.142 \times 10^{-3}$         |
| 3   | 5.000                        | 0.171      | -0.1990        | 0.0214         | 0.0250             | -0.0314            | 0.9973 | 0.8297          | 1.0141                        | $1.358 \times 10^{-3}$         |
| 3   | 6.000                        | 0.156      | -0.2029        | 0.0226         | 0.0297             | -0.0286            | 0.9974 | 0.8338          | 1.0150                        | $5.241 \times 10^{-4}$         |
| 3   | 7.000                        | 0.143      | -0.2048        | 0.0237         | 0.0349             | -0.0255            | 0.9977 | 0.8403          | 1.0165                        | $2.285 \times 10^{-4}$         |
| 3   | 8.830                        | 0.125      | -0.2208        | 0.0254         | 0.0351             | -0.0259            | 0.9974 | 0.8280          | 1.0217                        | $6.153 \times 10^{-5}$         |

# End Station A (ESA), SLAC

