Парциальное разложение амплитуды реакции поляризованных частиц со спином 1. Вычисление наблюдаемых величин в эксперименте PolFusion.

Е.Н. Комаров, С.Г. Шерман

дейтроны: $T \sim 10 \div 100$ кэВ

пучок: P_x, P_y, P_z (± 0.7)

P_{xx}, P_{xy}, P_{xz}

P_{yx}, P_{yy}, P_{yz} $(-2/3 \div +1/3)$

P_{zx}, P_{zy}, P_{zz}

мишень: Q_x, Q_y, Q_z (± 0.7)

Q_{xx}, Q_{xy}, Q_{xz}

Q_{yx}, Q_{yy}, Q_{yz} $(-2/3 \div +1/3)$

Q_{zx}, Q_{zy}, Q_{zz}

$S=1$; $\langle S^2 \rangle = S(S+1)=2$; $\langle S^2_x \rangle = \langle S^2_y \rangle = \langle S^2_z \rangle = 2/3$; $Q_{zz} = \langle S^2_z \rangle - 2/3$;

$P_z=0$; $S_z=\pm 1$; $\langle S^2_z \rangle = +1$; $Q_{zz}=+1/3$;

$P_z=0$; $S_z=0$; $\langle S^2_z \rangle = 0$; $Q_{zz}=-2/3$;

$$d + d \rightarrow n + He^3$$
$$d + d \rightarrow p + H^3$$

Законы сохранения: J^P, T

Принципы:

унитарность;

инвариантность амплитуды (вращение системы координат, обращение времени);

симметрия в.ф. (для системы dd тожд.бозонов).

Объем работы:

сделано разложение амплитуды реакции по парц. волнам;

приготовлены матрицы вращения $D^{1/2}(S = 1/2)$ и $D^{1}(S = 1)$;

вычислены диф. сечения для всех возможных состояний поляризации пучка и мишени (40+40);

0 (сохранение четности)

сделана и совершенствуется программа обработки экспериментальных данных (фаз.ан.) для извлечения парц.амплитуд.

Что еще нужно сделать:

учесть кулоновский вклад в амплитуду реакции

(астрофизический фактор)

Парц.-волновой анализ:

$$0+0 \longrightarrow 0+0$$

Падающая плоская волна:

$$\varphi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

После рассеяния:

$$\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + f(\theta)\frac{e^{ik\cdot r}}{r}; kr >> 1$$

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik}\sum_l (2l+1)(S_l - 1)P_l(cos\theta)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2; S_l = e^{2i\delta_l}$$

Разложение амплитуды по парциальным волнам:

$$B^{S'S}_{\sigma'\sigma} = \frac{1}{2i\sqrt{kk'}}\sum\nolimits_{Jll'} i^{l-l'}\sqrt{4\pi(2l+1)}\,C^{J\sigma}_{l0S\sigma}C^{J\sigma}_{l',\sigma-\sigma',S'\sigma'}R^{JS'S}_{l'l}Y_{l',\sigma-\sigma'}(\theta,\phi)$$

$R^{JS'S}_{l'l}$ - парциальные амплитуды

находятся методом МНК, используя набор экспериментальных данных

$$< He^3 n|B|dd >= \frac{1}{\sqrt{2}}B(T=0)$$

$$< H^3 p|B|dd >= -\frac{1}{\sqrt{2}}B(T=0)$$

$$1+1 \to 1/2+1/2$$

$$\langle m_1, m_2|B|M_1, M_2\rangle$$

$$m_{1,2} = +1/2, -1/2$$
$$M_{1,2} = +1, 0, -1$$

$|M_1, M_2\rangle$ - начальное состояние (dd) - 9 состояний (3×3)

$|m_1, m_2\rangle$ - конечное состояние (nHe^3 или pT)- 4 состояния (2×2)

$\langle m_1, m_2|B|M_1, M_2\rangle$ - 36 матричных элементов (9×4)

В представлении полного спина S и его проекции M

$\langle S^{'}, M^{'}|B|S, M\rangle$ - 36 матричных элементов

$$S = 0, 1, 2$$
$$S^{'} = 0, 1$$

$$\boxed{B^{S^{'}\,S}_{\sigma^{'}\,\sigma}}$$

Сохранение четности и инвариантность амплитуды по отношению к вращению системы координат:

$S=0 \rightarrow S' = 0$	B^{00}_{00}	(1)
$S=1 \rightarrow S' = 0$	$B^{01}_{0-1} = B^{01}_{01}; B^{01}_{00} = 0$	(1)
$S=0 \rightarrow S' = 1$	$B^{10}_{-10} = B^{10}_{10}; B^{10}_{00} = 0$	(1)
$S=1 \rightarrow S' = 1$	$B^{11}_{-1-1} = B^{11}_{11}$ $B^{11}_{-11} = B^{11}_{1-1}$ $B^{11}_{0-1} = -B^{11}_{01}$ $B^{11}_{-10} = -B^{11}_{10}$ B^{11}_{00}	(5)

Т-инвариантность: $B^{11}_{11} - B^{11}_{00} - B^{11}_{1-1} = \sqrt{2} ctg\theta (B^{11}_{01} + B^{11}_{10})$

$$S=2\rightarrow S^{'}=0$$

$$B^{02}_{0-1}=-B^{02}_{01};B^{02}_{0-2}=B^{02}_{02};B^{02}_{00} \qquad (3)$$

$$S=2\rightarrow S^{'}=1$$

$$B^{12}_{-1-2}=B^{12}_{12} \qquad B^{12}_{-12}=B^{12}_{1-2}$$

$$B^{12}_{-1-1}=-B^{12}_{11} \qquad B^{12}_{0-2}=-B^{12}_{02} \qquad (7)$$

$$B^{12}_{-10}=B^{12}_{10} \qquad B^{12}_{0-1}=B^{12}_{01}$$

$$B^{12}_{-11}=-B^{12}_{1-1} \qquad B^{12}_{00}=0$$

Итак,

всего 1+1+1+5+3+7=18 амплитуд+1 связь (T-инвар.)

Остается 17 независимых амплитуд.

Для примера,

$$B_{12}^{12} = \frac{1}{2i\sqrt{kk'}} \sum_{l=2,4\ldots} \Big(-\frac{(l-1)(l+2)(2l+1)}{l(l+1)} \sqrt{\frac{3}{(2l-1)(2l+3)}} R_{ll}^{l12} +$$

$$+\frac{l+2}{l} \sqrt{\frac{(l-1)(2l+1)}{2(l+1)(2l-1)}} R_{l,l-2}^{l12} +$$

$$+\frac{l-1}{(l+1)} \sqrt{\frac{(l+2)(2l+1)}{2l(2l+3)}} R_{l,l+2}^{l12} +$$

$$+\frac{1}{(l+1)} \sqrt{(l+2)(l+3)} R_{l,l+2}^{l+2,12} -$$

$$-\frac{l-2}{l} \sqrt{\frac{(l-1)}{(l+1)}} R_{l,l}^{l-1,12} -$$

$$-\frac{l+3}{l+1} \sqrt{\frac{l+2}{l}} R_{ll}^{l+1,12} + \frac{1}{l} \sqrt{(l-2)(l-1)} R_{l,l-2}^{l-1,12} \Big) P_{l1}$$

Отбор слагаемых в сумму $B^{S' S}_{\sigma' \sigma} = \sum_{Jll'} \cdots$

по принципу: J^P- сохраняется

Имеет место тождественность бозонов в начальном состоянии (спин дейтрона S=1)

$\psi(d_1, d_2) = \psi(d_2, d_1)$ - симметрич. в.ф.

* изотопич. часть
* коорд. часть
* спиновая часть

изотопич. часть	коорд. часть	спиновая часть
с	с	с
с	а	а

изотопич. часть: $(T=0)...(c)$

коорд. часть: $(\vec{r} \to -\vec{r})...(-1)^l$

спиновая часть:
$$S=0...(c)$$
$$S=1...(a)$$
$$S=2...(c)$$

$$\left.\begin{matrix} He^3+n \\ \\ H^3+p \end{matrix}\right\} \longrightarrow$$ нет таких ограничений

$$^{2s+1}L_J$$

Начальное состояние (dd)			Конечное состояние nHe^3 или pH^3			
S=0	S=1	S=2	S′=0	S′=0	S′=1	S′=1
$^1S_0$	$^3P_{0,1,2}$	$^5S_2$	$^1S_0$	$^1P_1$	$^3S_1$	$^3P_{0,1,2}$
$^1D_2$	$^3F_{2,3,4}$	$^5D_{0,1,2,3,4}$	$^1D_2$	$^1F_3$	$^3D_{1,2,3}$	$^3F_{2,3,4}$
$^1G_4$	$^3H_{4,5,6}$	$^5G_{2,3,4,5,6}$	$^1G_4$	$^1H_5$	$^3G_{3,4,5}$	$^3H_{4,5,6}$
$^1I_6$	$^3J_{6,7,8}$	$^5I_{4,5,6,7,8}$	$^1I_6$	$^1J_7$	$^3I_{5,6,7}$	$^3J_{6,7,8}$
$^1K_8$	$^3L_{8,9,10}$	$^5K_{6,7,8,9,10}$	$^1K_8$	$^1L_9$	$^3K_{7,8,9}$	$^3L_{8,9,10}$
P=+1	P=-1	P=+1	P=+1	P=-1	P=+1	P=-1

L = 0, 1, 2, 3...

S, P, D, F...

$S=0 \rightarrow S'=1$ $\qquad P=+1$

$J=4$ $\qquad$ (1 переход)

$^1G_4 \rightarrow {}^1G_4$

$S=1 \rightarrow S'=0$ $\qquad P=-1$

$J=5$ $\qquad$ (1 переход)

$^3H_5 \rightarrow {}^3H_5$

$S=2 \rightarrow S'=0$ $\qquad P=+1$

$J=4$ $\qquad$ (3 перехода)

$^5D_4 \rightarrow {}^1G_4 \quad |\Delta l|=2$

$^5G_4 \rightarrow {}^1G_4 \quad |\Delta l|=0$

$^5I_4 \rightarrow {}^1G_4 \quad |\Delta l|=2$

Типы переходов $(lJ \to l' J)$

1. $S=0 \to S'=0$ $P=+1$ (1 переход)

$J=l \to J=l'=l$

2. $S=0 \to S'=1$ $P=+1$ (1 переход)

$J=l \to J=l'=l$

3. $S=1 \rightarrow S'=0$ $P=-1$ (1 переход)

$J=l \rightarrow J=l'=l$

4. $S=1 \rightarrow S'=1$ $P=-1$ (5 переходов)

$l=J \rightarrow l'=J$

$l=J+1 \rightarrow l'=J+1$

$l=J-1 \rightarrow l'=J-1$

$l=J+1 \rightarrow l'=J-1$

$l=J-1 \rightarrow l'=J+1$

5. $S=2 \rightarrow S'=0$ $P=+1$ (3 перехода)

$l=J-2 \rightarrow l'=J$

$l=J \rightarrow l'=J$

$l=J+2 \rightarrow l'=J$

6. $S=2 \rightarrow S'=1$ $P=+1$ (7переходов)

$$
\begin{aligned}
l=J &\rightarrow l'=J \\
l=J-1 &\rightarrow l'=J-1 \\
l=J+1 &\rightarrow l'=J+1 \\
l=J-1 &\rightarrow l'=J+1 \\
l=J+1 &\rightarrow l'=J-1 \\
l=J-2 &\rightarrow l'=J \\
l=J+2 &\rightarrow l'=J
\end{aligned}
$$

Всего 18 переходов

Т-инвариантность: $$R_{l'l}^{JS'S} = R_{ll'}^{JSS'}$$

Ограничения на парц. амплитуды $R_{l'l}^{J11}(S = S' = 1)$:

$$R_{l'l}^{J11} = R_{ll'}^{J11}$$
$$\Delta l = |l' - l| = 2$$
$$R_{J+1,J-1}^{J11} = R_{J-1,J+1}^{J11}$$

Переходы

$$(l = J+1, J) \rightleftarrows (l = J-1, J)$$

совпадают

Остается 17 независимых парц. амплитуд.

	S→S′	
a	0→0	$a^{J}_{l'\,l} \equiv R^{J00}_{l'\,l}$
b	0→1	$b^{J}_{l'\,l} \equiv R^{J10}_{l'\,l}$
c	1→0	$c^{J}_{l'\,l} \equiv R^{J01}_{l'\,l}$
d	1→1	$d^{J}_{l'\,l} \equiv R^{J11}_{l'\,l}$
e	2→0	$e^{J}_{l'\,l} \equiv R^{J02}_{l'\,l}$
f	2→1	$f^{J}_{l'\,l} \equiv R^{J12}_{l'\,l}$

Для $l' \leq 4$ и $l \leq 4$, например:

$$B^{11}_{11} = \frac{1}{2i\sqrt{kk'}}\Big[(3d^{1}_{11} + 3d^{2}_{11} - \sqrt{6}d^{2}_{13})P_1 +$$

$$+(7d^{3}_{33} + 5d^{4}_{33} + 2d^{2}_{33} - \sqrt{6}d^{2}_{31})P_3\Big]$$